

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАМЧАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»)


Факультет информационных технологий, экономики и управления

Кафедра «Физика и высшая математика»

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель департамента

«Пищевые биотехнологии»

 В.Б. Чмыхалова

«28» января 2026г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математическое моделирование»**

Направление подготовки 19.04.03 «Продукты питания животного происхождения»  
(уровень магистратуры)

профиль:

«Технология рыбы и рыбных продуктов»

Петропавловск-Камчатский,  
2026


Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО по направлению подготовки 19.04.03 «Продукты питания животного происхождения» и учебного плана ФГБОУ ВО «КамчатГТУ».

Составители рабочей программы  
Профессор каф. ФВМ

  
А.А. Чермошенцева

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры «Физика и высшая математика»  
Протокол № 5 от «26» 01 2026 г.

Заведующий кафедрой «Физика и высшая математика»

от «26» января 2026 г.  А.И. Задорожный

## 1 Цели и задачи учебной дисциплины

Целью дисциплины «Математическое моделирование» является овладение теоретическими знаниями в области математического моделирования, формирование практического умения применять математический аппарат и математические методы при анализе биологических систем. Эффективное использование методов математического моделирования при обработке результатов экспериментальных наблюдений и измерений является необходимым инструментом современного исследователя.

Основная задача курса «Математическое моделирование» заключается в развитии у студентов современных форм математического мышления и умения ставить, исследовать и решать сложные задачи, связанные с моделированием, возникающие на практике.

## 2 Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-3 – Способен создавать математические модели, позволяющие исследовать и оптимизировать параметры технологического процесса производства.

Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлены в таблице.

Таблица – Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код компетенции	Планируемые результаты освоения образовательной программы	Код и наименование индикатора достижений	Планируемый результат обучения по дисциплине	Код показателя освоения
ПК-3	Способен создавать математические модели, позволяющие исследовать и оптимизировать параметры технологического процесса производства	<b>ИД-1</b> ПК-3 Знает методы математического моделирования технологических процессов производства продуктов питания из водных биоресурсов и объектов аквакультуры.	<b>Знать:</b> основные понятия, методы моделирования и их возможности для решения возникающих на практике задач	З(ПК-3)1
			<b>Уметь:</b> моделировать данные простейшими способами и статистическими методами. Определять характеристики случайных величин и находить законы распределения случайных величин и основе опытных данных	У(ПК-3)1
			<b>Владеть:</b> математическими методами моделирования прикладных задач	В(ПК-3)1

## 3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Изучение дисциплины «Математическое моделирование» основано на вузовском курсе математики, в частности ее разделов: линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, оптимизационные методы.

Данная дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, теоретические знания и практические навыки, сформированные у студентов в процессе изучения дисциплины «Математическое моделирование» используются при выполнении и защите выпускной квалификационной работе.

#### 4 Содержание дисциплины

##### 4.1 Тематический план дисциплины для очной формы обучения

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1 «Введение. Этапы построения математической модели.»	34	16	8		8	18	опрос, решение задач, выполнение лабораторных работ	
Тема 2 «Универсальность математических моделей. Некоторые модели соперничества»	37	20	10		10	17	опрос, решение задач, выполнение лабораторных работ	
Тема 3 «Моделирование в условиях неопределенности. Основная задача линейного программирования.»	37	20	10		10	17	опрос, решение задач, выполнение лабораторных работ	
Дифференцированный зачет								
Всего	108	56	28		28	52		

#### 4.2 Тематический план дисциплины для заочной формы обучения

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1 «Введение. Этапы построения математической модели.»	34	2	1		1	32	опрос, решение задач, выполнение лабораторных работ	
Тема 2 «Универсальность математических моделей. Некоторые модели соперничества»	36	3	1		2	33	опрос, решение задач, выполнение лабораторных работ	
Тема 3 «Моделирование в условиях неопределенности. Основная задача линейного программирования.»	34	1			1	33	опрос, решение задач, выполнение лабораторных работ	
Дифференцированный зачет	4							4
Всего	108	6	2		4	98		

#### 4.3 Содержание дисциплины

##### Тема 1 «Введение. Этапы построения математической модели.»

###### Лекция

Определение и назначение моделирования. Этапы построения математических моделей. Классификация математических моделей. Вариационные принципы. Применение аналогий при построении моделей. Иерархический подход к получению моделей. Нелинейности математических моделей. Общая схема принципа Гамильтона. Колебания маятника в поле сил тяжести. Жидкость в U-образном сосуде. Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций. Три режима в нелинейной модели популяции. Влияние сильной нелинейности на процесс колебаний

*Основные понятия темы:* Элементарные математические модели. Вариационные принципы и математические модели. Универсальные математические модели. Некоторые модели простейших нелинейных объектов. Сохранение массы вещества. Сохранение энергии. Совместное применение нескольких фундаментальных законов.

###### Лабораторное занятие

*Форма занятия:* решение типовых задач с применением ЭВМ

*Примеры типовых задач:*

1. Определить как должна вести себя при больших  $t$  величина  $r(t) = \alpha(t) - \beta(t) > 0$  в модели Мальтуса, чтобы численность популяции оставалась ограниченной при  $t \rightarrow \infty$ .

2. Рассмотреть в логистической модели  $\frac{dN}{dt} = \alpha \left( 1 - \frac{N}{N_p} \right) N$ ,  $\alpha > 0$  малые отклонения от положения равновесия, т. е. ситуацию, когда решение имеет вид  $N(t) = N_p + \delta N(t)$ , где  $\delta N(t) \ll N_p$ . Показать, что для величины  $\delta N(t)$  в первом приближении справедлива линейная модель типа модели.

3. Используя принцип Гамильтона, постройте модель колебаний маятника в электрическом поле, создаваемом заряженной горизонтальной плоскостью, над которой подвешен маятник. Заряд груза равен  $q$ , поверхностная плотность зарядов на плоскости равна  $-q_0$  (силой тяжести пренебречь). Почему, несмотря на различную природу действующих сил, получается модель, аналогичная D)?

4. Пусть в задаче об U-образном сосуде левое колено имеет переменное сечение, т. е.  $r = r_0(h)$ . Показать, применяя второй закон Ньютона и предполагая отсутствие горизонтальной компоненты у скорости жидкости, что для величины  $h$  получается

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -k(r)r$$

уравнение вида

5. Пользуясь законом сохранения массы и законом Дарси, получите уравнение

$$\frac{m(x, y)}{pq} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu(x, y)(H + h) \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu(x, y)(H + h) \frac{\partial h}{\partial y} \right] + q(x, y, t).$$

## Тема 2 «Универсальность математических моделей. Некоторые модели соперничества»

### Лекция

Примеры аналогий между механическими, термодинамическими и экономическими объектами. Взаимоотношения в системе «хищник-жертва».

*Основные понятия темы:* взаимоотношения в системе «хищник-жертва»

### Лабораторное занятие

*Форма занятия:* решение типовых задач с применением ЭВМ

*Пример типовой задачи:*

1. Используя замену вида  $p(x, t) = (p(t) \cdot u(x, t))$ , сведите к уравнению теплопроводности.

2. Вычислите период колебаний в системе «хищник-жертва» в зависимости от ее характеристик  $(\alpha, \beta, c, d)$  и начального состояния.

## Тема 3 «Моделирование в условиях неопределенности. Основная задача линейного программирования.»

### Лекция

Причины появления неопределенности и их виды. Моделирование в условиях неопределенности, описываемой с позиций теории нечетких множеств. Моделирование в условиях стохастической неопределенности. Моделирование марковских случайных процессов. Линейные неравенства и область решений системы линейных неравенств. Примеры задач линейного программирования (задача о раскрое материалов). Графический метод решения ЗЛП. Симплексный метод решения ЗЛП. Понятие симплекс-метода. Симплексные таблицы.

*Основные понятия темы:* моделирование в условиях неопределенности, линейное программирование.

### Лабораторное занятие

*Форма занятия:* решение типовых задач с применением ЭВМ

*Пример типовой задачи:*

1. На участке имеется  $N$  однотипных станков. Производительность одного станка такова, что в среднем в течении смены на нем можно обработать  $\mu$  деталей. Детали поступают на обработку партиями по  $M$  штук. Партии поступают неравномерно и их поток близок к пуассоновскому. Интенсивность поступления составляет  $\lambda$  партий смену. Построить граф состояний данной СМО и записать систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей.

2. Решить графически задачу линейного программирования.

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 7x_2 \leq 14$$

$$-2x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$6x_1 + 5x_2 \geq 25$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 > 0$$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс методом.

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$-5x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$4x_1 + 6x_2 \geq 24$$

$$6x_1 + 5x_2 \geq 15$$

$$x_1 \geq 0$$

4. Составить задачу двойственную данной, решить обе, проанализировать полученные результаты.

$$4x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$6x_1 - 4x_2 \leq 18$$

$$-3x_1 + 4x_2 \leq 16$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$x_1 > 0$$

### Самостоятельная работа студента

Изучение учебной литературы [1-4].

Решение задач по темам.

Подготовка к итоговому контролю.

### 5 Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся

- В целом внеаудиторная самостоятельная работа студента при изучении курса включает в себя следующие виды работ:
- проработка (изучение) материалов лекций;
- чтение и проработка рекомендованной основной и дополнительной литературы;
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям;
- поиск и проработка материалов из Интернет-ресурсов, периодической печати;
- выполнение домашних заданий в форме творческих заданий, кейс-стадии, докладов;
- подготовка презентаций для иллюстрации докладов;
- выполнение контрольной работы, если предусмотрена учебным планом дисциплины;
- подготовка к текущему и итоговому (промежуточная аттестация) контролю знаний по дисциплине (дифференцированный зачет).

Основная доля самостоятельной работы студентов приходится на проработку рекомендованной литературы с целью освоения теоретического курса, подготовку к лабораторным занятиям, тематика которых полностью охватывает содержание курса.

Самостоятельная работа по подготовке к занятиям предполагает умение работать с первичной информацией.

## **6 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### **6.1 Структура фонда оценочных средств**

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математическое моделирование» представлен в приложении к рабочей программе дисциплины и включает в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образования
- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

### **6.2 Перечень вопросов к промежуточной аттестации.**

1. Определение и назначение моделирования.
2. Этапы построения математических моделей.
3. Классификация математических моделей. Вариационные принципы. Применение аналогий при построении моделей.
4. Иерархический подход. Иерархический подход к получению моделей. Нелинейности математических моделей.
5. Общая схема принципа Гамильтона. Колебания маятника в поле сил тяжести. Жидкость в U-образном сосуде. Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций. Три режима в нелинейной модели популяции.
6. Влияние сильной нелинейности на процесс колебаний.
7. Примеры аналогий между механическими, термодинамическими и экономическими объектами.
8. Взаимоотношения в системе «хищник—жертва».
9. Причины появления неопределенности и их виды.
10. Моделирование в условиях неопределенности, описываемой с позиций теории нечетких множеств.
11. Моделирование в условиях стохастической неопределенности.
12. Моделирование марковских случайных процессов.
13. Линейные неравенства и область решений системы линейных неравенств. Примеры задач линейного программирования (задача о раскрое материалов).
14. Графический метод решения ЗЛП.
15. Симплексный метод решения ЗЛП. Понятие симплекс- метода. Симплексные таблицы.

## **7 Рекомендуемая литература**

### **7.1 Основная литература**

1. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: учебник. - М.: Высшая школа, 2001. - 327 с.
2. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике: учебник. - М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.

## **7.2 Дополнительная литература**

3. Чермошнцева А.А. Численные методы: Учебное пособие – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2008. – 110 с.
4. Волков И.К. Исследование операций: учебник. - М.: МГТУ им. Баумана, 2002. - 436 с.

## **8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Библиотека Либертариума»: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.libertarium.ru/library/>
2. Электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>

## **9 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методика преподавания данной дисциплины предполагает чтение лекций, проведение лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций по отдельным (наиболее сложным) специфическим проблемам дисциплины. Предусмотрена самостоятельная работа студентов, а также прохождение аттестационных испытаний промежуточной аттестации (дифференцированный зачет).

Лекции посвящаются рассмотрению основным понятиям, наиболее важных теоретических вопросов. В ходе лекций студентам следует подготовить конспекты лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины; обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации или на аудиторном занятии.

Целью проведения лабораторных занятий является закрепление знаний студентов, полученных ими в ходе изучения дисциплины на лекциях и самостоятельно. Во время лабораторных занятий решаются задачи по рассматриваемым в курсе лекций темам, применяются основные понятия, теоремы, свойства. Студент должен научиться решать базовые задачи по каждой теме, а также применять полученные навыки для решения реальных прикладных задач

При изучении дисциплины используются интерактивные методы обучения, например, лекция-визуализация, предполагающая подачу материала с использованием технических средств обучения с краткими комментариями демонстрируемых материалов (презентаций).

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационно-справочных систем**

### **10.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса**

- электронные образовательные ресурсы;
- использование слайд-презентаций;
- интерактивное общение с обучающимися и консультирование посредством Интернет, используя социальные сети, специализированные программы, а также электронной почты;
- использование электронной информационно-образовательной среды.

### **10.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса**

При освоении дисциплины используется лицензионное программное обеспечение:

1. операционные системы Astra Linux (или иная операционная система, включенная в реестр отечественного программного обеспечения);
  2. комплект офисных программ Р-7 Офис (в составе текстового процессора, программы работы с электронными таблицами, программные средства редактирования и демонстрации презентаций);
- программа проверки текстов на предмет заимствования «Антиплагиат».

#### **11. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

На кафедре имеется 4 аудитории для проведения лекционных и практических занятий.