

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАМЧАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»)

Факультет информационных технологий, экономики и управления

Кафедра «Физика и высшая математика»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета информационных
технологий, экономики и управления

 И.А. Рычка

«28» января 2026 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Дифференциальные и разностные уравнения»

Направление подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
(уровень бакалавриата)

профиль:

«Программное обеспечение средств вычислительной техники и автоматизированных систем»

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» и учебного плана ФГБОУ ВО «КамчатГТУ».

Составители рабочей программы
Профессор каф. ФВМ

 А.А. Чермошенцева

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры «Физика и высшая математика»

Протокол № 5 от «26» 01 2026 г.

Заведующий кафедрой «Физика и высшая математика»

от «26» января 2026 г.  А.И. Задорожный

1 Цели и задачи учебной дисциплины

Целью дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» является формирование у будущих специалистов знаний и умения применять дифференциальные и разностные уравнения при анализе и управлении современными техническими системами, освоение методов математического моделирования и анализа технических систем и сигналов.

Основная задача курса «Дифференциальные и разностные уравнения» заключается в развитии у студентов современных форм математического мышления, умения ставить и решать сложные инженерные задачи, возникающие в профессиональной практике.

2 Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1 – способность применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлены в таблице.

Таблица – Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с установленными в программе бакалавриата индикаторами достижения компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты освоения образовательной программы	Код и наименование индикатора достижений	Планируемый результат обучения по дисциплине	Код показателя освоения
ОПК-1	способность применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.	ИД-3 опк-1 Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.	Знать: – основные типы дифференциальных и разностных уравнений и их возможности для решения сложных инженерных задач.	З(ОПК-1)1
			Уметь: – применять теоретические знания для решения практических задач, применять алгоритмы, выполнять основные математические расчеты.	У(ОПК-1)1
			Владеть: – основными фактами, понятиями,	В(ОПК-1)1

			определениями и теоремами, алгоритмами решения типовых задач	
--	--	--	--	--

3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «Дифференциальные и разностные уравнения» является обязательной дисциплиной, ее изучение базируется на курсе «Алгебра и геометрия», «Математический анализ».

Теоретические знания и практические навыки, сформированные у студентов в процессе изучения дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения», являются необходимыми при изучении специальных дисциплин.

4 Содержание дисциплины

4.1 Тематический план дисциплины

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1 «Основные понятия и определения»	7	3	1	2		4	Опрос, решение задач	
Тема 2 «Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными»	7	3	1	2		4	Опрос, решение задач	
Тема 3 «Однородные дифференциальные уравнения»	9	5	1	4		4	Опрос, решение задач	
Тема 4 «Линейные дифференциальные уравнения»	9	5	1	4		4	Опрос, решение задач	
Тема 5 «Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах»	7	3	1	2		4	Опрос, решение задач	
Тема 6 «Дифференциальные уравнения не разрешимые относительно производной (уравнения Клеро и Лагранжа)»	8	3	1	2		5	Опрос, решение задач	

Тема 7 «Дифференциальные уравнения высших порядков»	8	3	1	2		5	Опрос, решение задач	
Тема 8 «Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков»	8	3	1	2		5	Опрос, решение задач	
Тема 9 «Линейные неоднородные уравнения»	10	5	1	4		5	Опрос, решение задач	
Тема 10 «Приложение дифференциальных уравнений»	8	3	1	2		5	Опрос, решение задач	
Тема 11 «Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Системы дифференциальных уравнений»	9	4	2	2		5	Опрос, решение задач, контрольная работа	
Тема 12 «Разностные уравнения. Линейные разностные уравнения»	9	4	2	2		5	Опрос, решение задач	
Тема 13 «Системы разностных уравнений»	9	4	2	2		5	Опрос, решение задач	
Зачет с оценкой								
Всего	108	48	16	32		60		

4.2 Тематический план дисциплины для заочной формы обучения

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1 «Основные понятия и определения»	8	1	1			7	Опрос, решение задач	
Тема 2 «Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными»	8	1			1	7	Опрос, решение задач	
Тема 3 «Однородные дифференциальные уравнения»	8					8	Опрос, решение задач	
Тема 4 «Линейные дифференциальные уравнения»	8	1			1	7	Опрос, решение задач	
Тема 5 «Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах»	7					7	Опрос, решение задач	
Тема 6 «Дифференциальные уравнения не разрешимые относительно	7					7	Опрос, решение задач	

производной (уравнения Клеро и Лагранжа)»								
Тема 7 «Дифференциальные уравнения высших порядков»	9	1			1	8	Опрос, решение задач	
Тема 8 «Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков»	9	1			1	8	Опрос, решение задач	
Тема 9 «Линейные неоднородные уравнения»	8	1			1	7	Опрос, решение задач	
Тема 10 «Приложение дифференциальных уравнений»	9	1	1			8	Опрос, решение задач	
Тема 11 «Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Системы дифференциальных уравнений»	8					8	Опрос, решение задач	
Тема 12 «Разностные уравнения. Линейные разностные уравнения»	8				1	7	Опрос, решение задач	
Тема 13 «Системы разностных уравнений»	7					7	Опрос, решение задач	
Зачет с оценкой	4						4	
Всего	108	8	2		6	96	4	

4.3 Содержание дисциплины

Тема 1 «Основные понятия и определения»

Лекция

Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные понятия и определения. Интегральная кривая, фазовая траектория, изоклина, Геометрическая интерпретация решения. Задачи, приводящие к решению дифференциальных уравнений.

Основные понятия темы: обыкновенные дифференциальные уравнения, интегральная кривая, фазовая траектория, изоклина.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение задач из [2].

Тема 2 «Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными»

Лекция

Задачи, приводящие к решению дифференциальных уравнений. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Вид, решение. Особые точки и особые решения.

Основные понятия темы: теорема о существовании и единственности решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка, дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, особая точка, особое решение.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение задач из [2].

Тема 3 «Однородные дифференциальные уравнения»

Лекция

Однородные дифференциальные уравнения. Вид, замена, решение.

Основные понятия темы: однородное дифференциальное уравнение.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение задач из [2].

Тема 4 «Линейные дифференциальные уравнения»

Лекция

Линейные дифференциальные уравнения, вид, замена, решение, метод Бернулли, метод Лагранжа. Уравнение Бернулли.

Основные понятия темы: линейное дифференциальное уравнение, метод Бернулли, метод Лагранжа, уравнение Бернулли.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение задач из [2].

Тема 5 «Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах»

Лекция

Уравнения в полных дифференциалах, понятие, метод решения. Интегрирующий множитель.

Основные понятия темы: дифференциал, уравнение в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение задач из [2].

Тема 6 «Дифференциальные уравнения не разрешимые относительно производной (уравнения Клеро и Лагранжа)»

Лекция

Дифференциальные уравнения не разрешимые относительно производной: уравнения Клеро и Лагранжа.

Основные понятия темы: уравнения Клеро и Лагранжа.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение задач из [2].

Тема 7 «Дифференциальные уравнения высших порядков»

Лекция

Дифференциальные уравнения высших порядков: общие понятия и определения. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка: уравнения, не содержащие искомой функции и нескольких последовательных производных. Дифференциальные уравнения, допускающие понижения порядка: уравнения, не содержащие явно независимой переменной; уравнения однородные относительно $y, y', y'' \dots y^{(n)}$.

Основные понятия темы: дифференциальные уравнения высших порядков, дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение задач из [2].

Тема 8 «Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков»

Лекция

Теорема о структуре общего решения линейного однородного уравнения. Фундаментальная система решений. Нормальная фундаментальная система. Условия линейной зависимости и независимости. Определитель Вронского. Достаточное условие линейной независимости. Формула Лиувилля-Остроградского. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общий вид решения линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в зависимости от корней характеристического уравнения (действительные, комплексно-сопряженные, кратность корней).

Основные понятия темы: фундаментальная система решений, нормальная фундаментальная система, определитель Вронского, формула Лиувилля-Остроградского, характеристическое уравнение.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение задач из [2].

Тема 9 «Линейные неоднородные уравнения»

Лекция

Линейные неоднородные уравнения. Метод вариации произвольных постоянных (Лагранжа). Метод Коши. Формула Коши. Функция Коши. Принцип суперпозиции решений. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Правая часть. Контрольное число правой части (коэффициент в показателе у экспоненты). Общий вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами в зависимости от вида правой части и совпадения контрольного числа с действительными корнями корней характеристического уравнения (резонансный и нерезонансный случай). Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределенных коэффициентов.

Основные понятия темы: линейные неоднородные уравнения, метод вариации произвольных постоянных, метод Коши, формула Коши, функция Коши, принцип суперпозиции решений, линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами, правая часть, метод вариации произвольных постоянных, метод неопределенных коэффициентов.

Практическое занятие

Форма занятия: занятие в компьютерном классе

Задания: Решение задач с использованием вычислительной техники:

Решение задач из [2].

Тема 10 «Приложение дифференциальных уравнений»

Лекция

Приложение дифференциальных уравнений

Основные понятия темы: Применение дифференциальных уравнений в задачах различных наук.

Практическое занятие

Форма занятия: Миниконференция

Примерные темы докладов:

Приложение дифференциальных уравнений в задачах физики.

Приложение дифференциальных уравнений в задачах техники.

Приложение дифференциальных уравнений в задачах биологии.

Приложение дифференциальных уравнений в задачах экономики.

Приложение дифференциальных уравнений в задачах др. наук

Тема 11 «Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью рядов. Системы дифференциальных уравнений»

Лекция

Применение степенных рядов к решению дифференциальных уравнений. Нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Методы решения: метод интегрируемых комбинаций, метод исключений. Однородные системы линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений. Фундаментальная матрица. Определитель Вронского. Формула Лиувилля-Остроградского. Линейные системы с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Линейные неоднородные системы.

Основные понятия темы: нормальная форма системы дифференциальных уравнений, метод интегрируемых комбинаций, метод исключений, однородные системы линейных дифференциальных уравнений, фундаментальная система решений, фундаментальная матрица, определитель Вронского, формула Лиувилля-Остроградского, линейные системы с постоянными коэффициентами, метод Эйлера, линейные неоднородные системы.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Типовое задание:

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $e^{x+3y} dy = x dx$
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' + y = x\sqrt{y}$
3. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y - xy' = \sec(y/x)$
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $(1 - x^2)y'' - xy' = 2$
5. Решить задачу Коши $4y'' + 3y' - y = 11\cos x - 7\sin x$ при $y(0) = -2, y'(0) = 0$

Тема 12 «Разностные уравнения. Линейные разностные уравнения»

Лекция

Конечные разностные функции одной действительной переменной. Основные понятия теории разностных уравнений. Простейшие разностные уравнения первого порядка. Линейная зависимость и линейная независимость функций. Определитель Казорати. Необходимый признак линейной зависимости функций. Линейные однородные разностные уравнения n – го порядка. Аналог формулы Абеля для линейного разностного уравнения n – го порядка. Линейные однородные разностные уравнения с постоянными действительными коэффициентами. Линейные неоднородные разностные уравнения. Линейные неоднородные разностные уравнения с постоянными действительными коэффициентами и со специальной правой частью.

Основные понятия темы: разностное уравнение первого порядка, линейная зависимость и независимость функций, определитель Казорати, необходимый признак линейной зависимости функций.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение задач по определению порядка разностного уравнения. Решение простейших разностных уравнений. Решение линейных однородных и неоднородных разностных уравнений.

Тема 13 «Системы разностных уравнений»

Лекция

Системы разностных уравнений, основные понятия. Линейные системы разностных уравнений. Метод Эйлера. Конкретные случаи. Построение фундаментальной системы решений линейной однородной системы разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Линейная неоднородная система с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.

Основные понятия темы: система разностных уравнений, метод Эйлера, конкретный случай.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания: Решение систем разностных уравнений.

СРС

Изучение учебной литературы [1], [2], [3]

Решение задач по темам

Подготовка к итоговому контролю

5 Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся

В целом внеаудиторная самостоятельная работа студента при изучении курса включает в себя следующие виды работ:

- проработка (изучение) материалов лекций;
- чтение и проработка рекомендованной основной и дополнительной литературы;
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям;
- поиск и проработка материалов из Интернет-ресурсов, периодической печати;
- выполнение домашних заданий в форме творческих заданий, кейс-стадии, докладов;
- подготовка презентаций для иллюстрации докладов;
- выполнение контрольной работы, если предусмотрена учебным планом дисциплины;
- подготовка к текущему и итоговому (промежуточная аттестация) контролю знаний по дисциплине (зачет с оценкой).

Основная доля самостоятельной работы студентов приходится на проработку рекомендованной литературы с целью освоения теоретического курса, подготовку к практическим (семинарским) занятиям, тематика которых полностью охватывает содержание курса. Самостоятельная работа по подготовке к семинарским занятиям предполагает умение работать с первичной информацией.

6 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения.» представлен в приложении к рабочей программе дисциплины и включает в себя:

–перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образования; перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;

– описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;

– типовые контрольные задания или материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций;

– методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

6.2 Перечень вопросов к промежуточной аттестации.

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения: основные понятия и определения, геометрическая интерпретация решения.

2. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи, приводящие к решению дифференциальных уравнений.

3. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка: постановка задачи Коши, сведение задачи Коши к интегральному уравнению типа Вольтера.

4. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка: условие Липшица, лемма Гронуолла

5. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши дифференциального уравнения первого порядка: доказательство теоремы Коши методом последовательных приближений, оценка разности решений, непрерывная зависимость решения от начальных условий, правой части и параметра.

6. Дифференциальные уравнения первого порядка: Уравнения с разделяющимися переменными.

7. Однородные и сводящиеся к однородным.

8. Линейные уравнения первого порядка и уравнение Бернулли.

9. Уравнения в полных дифференциалах и сводящиеся к ним (интегрирующий множитель).

10. Дифференциальные уравнения первого порядка: уравнения, не разрешенные относительно производной, особые точки и особые решения.

11. Системы дифференциальных уравнений: основные понятия и задача Коши, сведение дифференциальных уравнений высших порядков к системе дифференциальных уравнений.

12. Системы дифференциальных уравнений: теорема Коши, оценка разности решений.

13. Системы линейных дифференциальных уравнений: определение и основные свойства решений, вытекающие из линейности, определитель Вронского, фундаментальная система решений, формула Лиувилля.

14. Системы линейных дифференциальных уравнений: теорема о структуре общего решения однородной и неоднородной системы.

15. Системы линейных дифференциальных уравнений: метод вариации произвольных постоянных, системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

16. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков: сведение к линейной системе. Определитель Вронского, структура общего решения однородного уравнения, общее решение неоднородного уравнения, метод вариации.

17. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков: линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, уравнения со специальной правой частью.

18. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков: уравнения Эйлера, Лагранжа, Чебышева.

19. Краевые задачи для дифференциальных уравнений: постановка краевой задачи, линейная краевая задача, сведение к задаче Коши.

20. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений: метод последовательных приближений, применение степенных рядов.
21. Приближенные методы решения дифференциальных уравнений: метод Эйлера, понятие о конечных разностях и конечно-разностных методах.
22. Разностные уравнения: основные понятия и определения, примеры и задачи, приводящие к решению разностных уравнений.
23. Разностные уравнения: линейные разностные уравнения, линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.
24. Системы разностных уравнений: основные понятия и определения, решение.

7 Рекомендуемая литература

7.1 Основная литература

1. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. – Изд-во МГТУ им. Баумана, 2004. – 352 с.

7.2 Дополнительная литература

2. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Санкт-Петербург, Лань, 2005. Возможны также издания других лет.

7.3 Методические указания по дисциплине

3. Чермошнцева А.А. Дифференциальные и разностные уравнения. Программа курса и методические указания к изучению дисциплины для студентов направления подготовки 09.03.04 «Программная инженерия», 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника», очной формы обучения и 27.03.04 «Управление в технических системах» очной и заочной форм обучения. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2016.

8. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методика преподавания данной дисциплины предполагает чтение лекций, проведение практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций по отдельным (наиболее сложным) специфическим проблемам дисциплины. Предусмотрена самостоятельная работа студентов, а также прохождение аттестационных испытаний промежуточной аттестации (дифференцированный зачет).

Лекции посвящаются рассмотрению основным понятиям, наиболее важных теоретических вопросов. В ходе лекций студентам следует подготовить конспекты лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины; обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.

Целью проведения практических занятий является закрепление знаний студентов, полученных ими в ходе изучения дисциплины на лекциях и самостоятельно. Во время практических занятий решаются задачи по рассматриваемым в курсе лекций темам, применяются основные понятия, теоремы, свойства. Студент должен научиться решать базовые задачи по каждой теме, а также применять полученные навыки для решения реальных прикладных задач

При изучении дисциплины используются интерактивные методы обучения, например, лекция-визуализация, предполагающая подачу материала с использованием технических средств

обучения с краткими комментариями демонстрируемых материалов (презентаций).

9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационно-справочных систем

9.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

- электронные образовательные ресурсы;
- использование слайд-презентаций;
- интерактивное общение с обучающимися и консультирование посредством Интернет, используя социальные сети, специализированные программы, а также электронной почты;
- использование электронной информационно-образовательной среды.

9.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса

При освоении дисциплины используется лицензионное программное обеспечение:

1. операционные системы Astra Linux (или иная операционная система, включенная в реестр отечественного программного обеспечения);
2. комплект офисных программ Р-7 Офис (в составе текстового процессора, программы работы с электронными таблицами, программные средства редактирования и демонстрации презентаций);
3. программа проверки текстов на предмет заимствования «Антиплагиат».

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

На кафедре имеется 4 аудитории для проведения лекционных и практических занятий.