

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАМЧАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»)

Факультет информационных технологий, экономики и управления

Кафедра «Физика и высшая математика»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета информационных
технологий, экономики и управления

 И.А. Рычка
«29» января 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Алгебра и геометрия»

Направление подготовки 27.03.04 «Управление в технических системах»
(уровень бакалавриата)

профиль:

«Управление и информатика в технических системах»

Петропавловск-Камчатский,
2025

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО по направлению подготовки 27.03.04 «Управление в технических системах» и учебного плана ФГБОУ ВО «КамчатГТУ».

Составители рабочей программы
Доцент каф. ФВМ

 А.А. Чермошенцева

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры «Физика и высшая математика»

Протокол № 4 от « 20 » января 2025 года.

Зав. кафедрой

« 20 » января 2025 года

 А. И. Задорожный

1 Цели и задачи учебной дисциплины

Целью дисциплины «Алгебра и геометрия» является формирование у будущих специалистов знаний и умения применять математический аппарат и математические методы при анализе, управлении и программировании современных систем, освоение методов математического моделирования и анализа информационно-технических систем.

Основная задача курса «Алгебра и геометрия» заключается в развитии у студентов современных форм математического мышления и умения ставить, исследовать и решать сложные задачи программирования, возникающие на практике.

2 Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-1 – Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлены в таблице.

Таблица – Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с установленными в программе бакалавриата индикаторами достижения компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты освоения образовательной программы	Код и наименование индикатора достижений	Планируемый результат обучения по дисциплине	Код показателя освоения
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИД-1 опк-1 Знает основные задачи профессиональной деятельности	Знать: – основные методы современной линейной и векторной алгебры и аналитической геометрии, и их возможности для решения сложных задач программирования.	З(ОПК-1)1
			Уметь: – выполнять основные математические расчеты, составлять и решать адекватные математические модели реальных процессов, адаптировать решения для вычислительной техники.	У(ОПК-1)1
			Владеть: – основными фактами, понятиями, определениями и теоремами изучаемых разделов, алгоритмами решения типовых алгебраических и геометрических задач.	В(ОПК-1)1

3 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «Алгебра и геометрия» является обязательной дисциплиной в структуре основной образовательной программы, её изучение базируется на курсе математики средней школы. Теоретические знания и практические навыки, сформированные у студентов в процессе изучения дисциплины «Алгебра и геометрия», являются базовыми при изучении дисциплин «Дискретная математика», «Методы оптимизации».

4 Содержание дисциплины

4.1 Тематический план дисциплины

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1 «Введение. Матричные объекты»	13	7	3	4		6	Опрос, решение задач	
Тема 2 «Алгебраические операции»	13	7	3	4		6	Опрос, решение задач	
Тема 3 «Определители»	13	7	3	4		6	Опрос, решение задач	
Тема 4 «Произведение векторов»	13	7	3	4		6	Опрос, решение задач	
Тема 5 «Прямая на плоскости»	13	7	3	4		6	Опрос, решение задач	
Тема 6 «Плоскости и прямые в пространстве»	13	7	3	4		6	Опрос, решение задач	
Тема 7 «Преобразования плоскости»	13	7	3	4		6	Опрос, решение задач	
Тема 8 «Системы линейных алгебраических уравнений»	14	8	3	5		6	Опрос, решение задач	
Тема 9 «Линейное пространство»	15	8	3	5		7	Опрос, решение задач	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 10 «Линейные зависимости в линейном пространстве»	16	9	4	5		7	Опрос, решение задач	
Тема 11 «Нелинейные зависимости в линейном пространстве»	16	9	4	5		7	Опрос, решение задач	
Тема 12 «Евклидово пространство»	16	9	4	5		7	Опрос, решение задач	
Тема 13 «Унитарное пространство»	16	9	4	5		7	Опрос, решение задач	
Тема 14 «Нелинейные объекты на плоскости»	16	9	4	5		7	Опрос, решение задач	
Тема 15 «Нелинейные объекты в пространстве»	16	9	4	5		7	Опрос, решение задач	
Экзамен								36
Всего	252	119	51	68		97		36

4.2 Тематический план дисциплины для заочной формы обучения

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1 «Введение. Матричные объекты»	15	1		1		14	Опрос, решение задач	
Тема 2 «Алгебраические операции»	14					14	Опрос, решение задач	
Тема 3 «Определители»	16	2	1	1		14	Опрос, решение задач	
Тема 4 «Произведение векторов»	15	1		1		14	Опрос, решение	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
							задач	
Тема 5 «Прямая на плоскости»	15	1		1		14	Опрос, решение задач	
Тема 6 «Плоскости и прямые в пространстве»	16	2	1	1		14	Опрос, решение задач	
Тема 7 «Преобразования плоскости»	17	2	1	1		15	Опрос, решение задач	
Тема 8 «Системы линейных алгебраических уравнений»	17	2	1	1		15	Опрос, решение задач	
Тема 9 «Линейное пространство»	17	2	1	1		15	Опрос, решение задач	
Тема 10 «Линейные зависимости в линейном пространстве»	17	2	1	1		15	Опрос, решение задач	
Тема 11 «Нелинейные зависимости в линейном пространстве»	17	2	1	1		15	Опрос, решение задач	
Тема 12 «Евклидово пространство»	17	2	1	1		15	Опрос, решение задач	
Тема 13 «Унитарное пространство»	17	2	1	1		15	Опрос, решение задач	
Тема 14 «Нелинейные объекты на плоскости»	17	2	1	1		15	Опрос, решение задач	
Тема 15 «Нелинейные объекты в пространстве»	16	1		1		15	Опрос, решение задач	
Экзамен								9
Всего	252	24	10	14		219		9

4.3 Содержание дисциплины

Тема 1 «Введение. Матричные объекты»

Лекция

Предмет, объект, цели и задачи дисциплины. Программа курса, ее реализация во времени. Требования к итоговой аттестации. Литература.

Основные понятия темы: направленные отрезки, определение множества векторов, линейная зависимость векторов, базис, координаты вектора в базисе, действия с векторами в координатном представлении, декартова система координат, изменение координат при замене базиса и начала координат.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 231-255 и 461-522 из [6]

Тема 2 «Алгебраические операции»

Лекция

Алгебра множеств. Алгебраические операции, свойства. Теорема Кели. Решетка. Группы и кольца. Нормальные группы. Изоморфизм. Кольцо многочленов от одной переменной. Многочлены от нескольких переменных. Поле. Свойства полей. Числовые поля. Поле рациональных чисел как минимальное полевое расширение кольца целых чисел. Представление рациональных чисел обыкновенными и десятичными дробями. Система действительных чисел. Поле комплексных чисел. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел.

Основные понятия темы: множество, решетка, изоморфизм, поле.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 1.1-1.10. на стр.11, 2.1.-2.10. на стр. 22 из [12].

Тема 3 «Определители»

Лекция

Определители второго, третьего и n -го порядков. Свойства определителей. Способы вычисления.

Основные понятия темы: определитель.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 222-224, 383-390 из [6].

Тема 4 «Произведение векторов»

Лекция

Ортогональное проектирование. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в координатах. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в координатах. Смешанное произведение. Выражение смешанного произведения в координатах. Двойное векторное произведение. Замечания об инвариантности произведений векторов. Геометрический смысл.

Основные понятия темы: скаляр, скалярное произведение, векторное произведение, произведение векторов.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 256-285 из [6].

Тема 5 «Прямая на плоскости»

Лекция

Уравнение прямой проходящей через заданную точку в направлении заданного вектора. Уравнение прямой проходящей через заданную точку перпендикулярно данному вектору. Уравнение прямой проходящей через две заданных точки. Общее уравнение прямой. Нормальное уравнение прямой. Параметрическое уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.

Основные понятия темы: прямая, уравнение прямой.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 63-127 из [6].

Тема 6 «Плоскости и прямые в пространстве»

Лекция

Различные уравнения плоскости и прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Расстояния от точки до плоскости, между параллельными плоскостями. Пересечение плоскостей, прямой и плоскости.

Основные понятия темы: плоскость, уравнение плоскости.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 287-343 из [6]

Тема 7 «Преобразования плоскости»

Лекция

Произведение матриц. Операторы и функционалы. Отображения и преобразования плоскости. Линейные операторы на плоскости. Аффинные преобразования и их свойства. Ортогональные преобразования плоскости. Понятие группы.

Основные понятия темы: матрица, операторы, функционалы, группа.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 399-419 из [6].

Тема 8 «Системы линейных алгебраических уравнений»

Лекция

Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений с квадратной матрицей. Методы Крамера, Гаусса, обратной матрицы. Системы линейных уравнений с неквадратной матрицей. Базисное решение системы. Частное решение системы. Системы совместные и несовместные, системы определенные и неопределенные. Теорема Кронекера-Капелли.

Основные понятия темы: система, линейное уравнение, решение системы.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 439-460 из [6].

Тема 9 «Линейное пространство»

Лекция

Определение линейного пространства. Линейная зависимость, размерность и базис в линейном пространстве. Подмножества линейного пространства. Операции с элементами линейного пространства в координатном представлении. Изоморфизм линейных пространств.

Основные понятия темы: линейное пространство, операции с элементами линейного пространства.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 462-522 из [6].

Тема 10 «Линейные зависимости в линейном пространстве»

Лекция

Линейные операторы. Действия с линейными операторами. Координатное представление линейных операторов. Область значений и ядро линейного оператора. Инвариантные подпространства и собственные векторы. Свойства собственных векторов и собственных значений. Линейные функционалы.

Основные понятия темы: линейные операторы, инвариантные подпространства, линейные функционалы.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 523-561 из [6].

Тема 11 «Нелинейные зависимости в линейном пространстве»

Лекция

Билинейные функционалы. Квадратичные функционалы. Исследование знака квадратичного функционала. Инварианты линий второго порядка на плоскости. Экстремальные свойства квадратичных функционалов. Полилинейные функционалы.

Основные понятия темы: билинейные функционалы, квадратичные функционалы, инварианты, полилинейные функционалы.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 593-600 из [6].

Тема 12 «Евклидово пространство»

Лекция

Определение и основные свойства. Ортонормированный базис. Ортогонализация базиса. Координатное представление скалярного произведения. Ортогональные матрицы в евклидовом пространстве. Ортогональные дополнения и ортогональные проекции в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве. Самосопряженные операторы. Ортогональные операторы.

Основные понятия темы: Евклидово пространство, ортогональность, базис, самосопряженные операторы.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№ 562-592 из [6].

Тема 13 «Унитарное пространство»

Лекция

Определение унитарного пространства. Линейные операторы в унитарном пространстве. Эрмитовы операторы. Эрмитовы функционалы. Среднее значение и дисперсия эрмитова оператора. Соотношение неопределенностей.

Основные понятия темы: унитарное пространство, эрмитовы операторы, эрмитовы функционалы, дисперсия.

Практическое занятие

Форма занятия: миниконференция.

Примерные темы докладов:

Определение унитарного пространства.

Линейные операторы в унитарном пространстве.

Эрмитовы операторы.

Эрмитовы функционалы.

Среднее значение и дисперсия эрмитова оператора.

Соотношение неопределенностей.

Тема 14 «Нелинейные объекты на плоскости»

Лекция

Линии на плоскости. Порядок. Кривые второго порядка. Классификация кривых второго порядка. Канонический вид уравнений второго порядка. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка. Эллипс. Гипербола. Парабола. Вырожденные кривые второго порядка.

Основные понятия темы: порядок, канонический вид уравнения, эллипс, гипербола, парабола, вырожденные кривые.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

№№130-207 [6].

Тема 15 «Нелинейные объекты в пространстве»

Лекция

Линии и поверхности в пространстве. Цилиндрические и конические поверхности. Поверхности второго порядка в пространстве. Конические сечения. Эллипсоид. Однополостный гиперболоид. Двуполостный гиперболоид. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Вырожденные поверхности.

Основные понятия темы: поверхность, эллипсоид, гиперболоид, параболоид, вырожденная поверхность.

Практическое занятие

Форма занятия: решение типовых задач

Задания:

Решение задач

5 Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся

В целом внеаудиторная самостоятельная работа студента при изучении курса включает в себя следующие виды работ:

- проработка (изучение) материалов лекций;
- чтение и проработка рекомендованной основной и дополнительной литературы;
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям;
- поиск и проработка материалов из Интернет-ресурсов, периодической печати;
- выполнение домашних заданий в форме творческих заданий, кейс-стадии, докладов;
- подготовка презентаций для иллюстрации докладов;
- выполнение контрольной работы, если предусмотрена учебным планом дисциплины;
- подготовка к текущему и итоговому (промежуточная аттестация) контролю знаний по дисциплине (экзамен).

Основная доля самостоятельной работы студентов приходится на проработку рекомендованной литературы с целью освоения теоретического курса, подготовку к практическим (семинарским) занятиям, тематика которых полностью охватывает содержание курса. Самостоятельная работа по подготовке к семинарским занятиям предполагает умение работать с первичной информацией.

6 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Алгебра и геометрия» представлен в приложении к рабочей программе дисциплины и включает в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

6.2 Перечень вопросов к промежуточной аттестации.

1. Определитель и их основные свойства, вычисление.
2. Матрицы и действия над ними.
3. Системы линейных алгебраических уравнений и основные методы их решения:
 - метод Крамера;
 - метод обратной матрицы;
 - метод Гаусса.
4. Ранг матрицы. Нахождение ранга матриц.
5. Теорема Кронекера–капели. Решение произвольных систем линейных уравнений.
6. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
7. Системы координат.

8. Векторы на плоскости и в пространстве.
9. Основные векторные операции.
10. Понятие n -мерного вектора. Векторное пространство. Размерность и базис. Переход к новому базису.
11. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения в координатах.
12. Векторное произведение векторов и его свойства. Выражение векторного произведения в координатах.
13. Смешанное произведение.
14. Линейные операторы. Действия с линейными операторами.
15. Координатное представление линейных операторов.
16. Область значений и ядро линейного оператора.
17. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
18. Инвариантные подпространства и собственные векторы.
19. Свойства собственных векторов и собственных значений.
20. Линейные функционалы.
21. Аффинные преобразования и их свойства.
22. Ортогональные преобразования плоскости.
23. Понятие группы.
24. Квадратичные формы.
25. Билинейные функционалы.
26. Квадратичные функционалы. Исследование знака квадратичного функционала.
27. Полилинейные функционалы.
28. Деление отрезка в данном отношении.
29. Евклидово пространство. Определение и основные свойства.
30. Ортонормированный базис. Ортогонализация базиса.
31. Ортогональные матрицы в евклидовом пространстве.
32. Ортогональные дополнения и ортогональные проекции в евклидовом пространстве.
33. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве.
34. Самосопряженные операторы. Ортогональные операторы.
35. Унитарное пространство. Определение. Линейные операторы в унитарном пространстве.
36. Эрмитовы операторы. Эрмитовы функционалы. Среднее значение и дисперсия эрмитова оператора.
37. Уравнение прямой на плоскости:
 - общее уравнение прямой;
 - проходящей через две точки;
 - проходящей через заданную точку в данном направлении;
 - проходящей через данную точку и имеющей данную нормаль;
 - уравнение прямой в отрезках;
 - параметрическое уравнение прямой;
 - проходящей через заданную точку с заданным угловым коэффициентом;
 - нормальное уравнение прямой.
38. Расстояние от точки до прямой, точка пересечения прямых, угол между пересекающимися прямыми, расстояние между параллельными прямыми.
39. Деление отрезка в данном отношении.
40. Уравнение плоскости в пространстве:
 - общее уравнение плоскости;
 - проходящей через три заданные точки;

- проходящей через две заданные точки параллельно вектору;
- проходящей через точку параллельно двум векторам;
- проходящей через точку и имеющее заданную нормаль;
- уравнение плоскости в отрезках;
- нормальное уравнение плоскости.

41. Расстояние от точки до плоскости, линия пересечения плоскостей, угол между плоскостями, расстояние между параллельными плоскостями.

42. Кривые второго порядка:

- эллипс;
- гипербола;
- парабола.

43. Поверхности второго порядка.

7 Рекомендуемая литература

7.1 Основная литература

1. Горюшкин А.П. Алгебра и геометрия. Учебное пособие для направления подготовки 09.03.04 (231000.62) «Программная инженерия» в трех частях гриф УМО Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2015 г.

7.2 Дополнительная литература

2. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии, – СПб.: Профессия, 2003

7.3 Методические указания по дисциплине

3. Карноушенко М.О. Алгебра и геометрия. - Программа курса и методические указания к изучению дисциплины для студентов направления подготовки 09.03.04 «Программная инженерия» очной формы обучения Петропавловск-Камчатский, 2019.

8. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методика преподавания данной дисциплины предполагает чтение лекций, проведение практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций по отдельным (наиболее сложным) специфическим проблемам дисциплины. Предусмотрена самостоятельная работа студентов, а также прохождение аттестационных испытаний промежуточной аттестации (экзамен и дифференцированный зачет).

Лекции посвящаются рассмотрению основным понятиям, наиболее важных теоретических вопросов. В ходе лекций студентам следует подготовить конспекты лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины; обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.

Целью проведения практических занятий является закрепление знаний студентов, полученных ими в ходе изучения дисциплины на лекциях и самостоятельно. Во время практических занятий решаются задачи по рассматриваемым в курсе лекций темам, применяются основные понятия, теоремы, свойства. Студент должен научиться решать базовые задачи по каждой теме, а также применять полученные навыки для решения реальных прикладных задач

При изучении дисциплины используются интерактивные методы обучения, например, лекция-визуализация, предполагающая подачу материала с использованием технических средств обучения с краткими комментариями демонстрируемых материалов (презентаций).

9. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационно-справочных систем

9.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

- электронные образовательные ресурсы;
- использование слайд-презентаций;
- интерактивное общение с обучающимися и консультирование посредством Интернет, используя социальные сети, специализированные программы (например, zoom), а также электронной почты;
- использование электронной информационно-образовательной среды.

9.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса

При освоении дисциплины используется лицензионное программное обеспечение:

1. операционные системы Astra Linux (или иная операционная система, включенная в реестр отечественного программного обеспечения);
2. комплект офисных программ Р-7 Офис (в составе текстового процессора, программы работы с электронными таблицами, программные средства редактирования и демонстрации презентаций);
3. программа проверки текстов на предмет заимствования «Антиплагиат».

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

На кафедре имеется 4 аудитории для проведения лекционных и практических занятий.