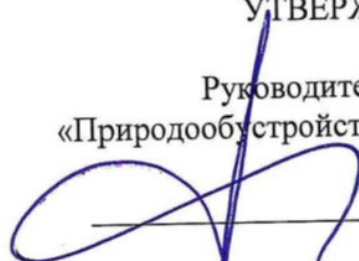


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАМЧАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»)

Факультет мореходный

Кафедра «Технологические машины и оборудование»

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель НОЦ
«Природообустройство и рыболовство»
 /Л.М.Хорошман/

29-января-2025

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Начертательная геометрия»

направление:
35.03.10-«Ландшафтная-архитектура»
(уровень-бакалавриата)

профиль
«Благоустройство и-озеленение территорий-и-объектов»

Петропавловск-Камчатский
2025

Рабочая-программа-составлена-на-основании-ФГОС-ВО-направления-35.03.10
Ландшафтная архитектура-и-учебного-плана-подготовки-бакалавров,-принятого-на-
заседании-Ученого-Совета-ФГБОУ-ВО-«КамчатГТУ»

Составитель-рабочей-программы

Профессор кафедры ТМО

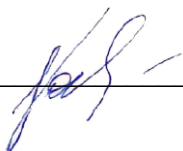


д.ф.-м.н., доц. С.Н. Царенко

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры «Технологические машины и оборудо-
вание» «20 » января 2025 г. протокол № 1.

Заведующий кафедрой «Технологические машины и оборудование», к.т.н., доцент

«20 » января 2025 г.



А. В. Костенко

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

1.1. Цели и задачи изучения дисциплины

Целью изучения дисциплины «Начертательная геометрия» является получение целостного представления о различных геометрических пространственных объектах, умение изображать их на чертежах, развитие пространственное воображение и получить навыки правильного логического мышления. Научиться сравнивать различные способы решения задач и применять эти способы для решения практических задач.

Полученные в результате изучения дисциплины знания формируют осознанную потребность углубленного изучения общеинженерных дисциплин по выбранной специальности.

Задачами дисциплины являются

-образование базы знаний о начертательной геометрии, помогающие в дальнейшем в изучении дисциплины «Инженерная графика».

овладение методами построения изображений пространственных форм на плоскости;

умение изучать и измерять эти формы, допуская преобразование изображений;

изучение способов начертательной геометрии, необходимых для исследования практических и теоретических вопросов науки и техники.

«Начертательная геометрия» является одной из дисциплин, составляющих основу подготовки бакалавров, дающей студенту знания, необходимые для изучения последующих технических дисциплин, а также для его будущей инженерной и практической деятельности.

В результате изучения дисциплины «Начертательная геометрия» студент должен:

знать:

- основы построения изображений (включая аксонометрические проекции) точек, прямых, плоскостей и отдельных видов линий и поверхностей;

методы построения изображений пространственных форм на плоскости;

способы решения задач, относящихся к этим формам на эюре.

способы конструирования различных геометрических тел;

методы решений метрических, позиционных и комбинированных задач;

уметь:

- использовать научно-техническую и справочную литературу для решения конкретных задач по начертательной геометрии;

-применять на практике, в быту, знания, полученные при изучении данной дисциплины;

- работать с технической документацией, литературой, справочниками и другими информационными источниками;

решать задачи на чертежах, связанные с пространственными объектами и их зависимостями;

-решать задачи на взаимную принадлежность и взаимное пересечение геометрических фигур;

-решать задачи на определение натуральной величины отдельных геометрических фигур.

владеть:

пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического мышления, способностей к анализу и синтезу пространственных форм и отношений, изучению способов конструирования различных геометрических пространственных объектов (в основном – поверхностей), получения их чертежей на уровне графических моделей и решать на этих чертежах задачи, связанные с пространственными объектами и их зависимостями.

После изучения дисциплины, полученные знания и умения должны помочь студенту при выполнении курсовых и дипломных работ в их графической части.

1.2 Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование профессиональных компетенций: **ОПК-1** Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий.

Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы представлены в таблице.

Таблица – Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код компетенции	Планируемые результаты освоения образовательной программы	Код и наименование индикатора достижения ОПК	Планируемый результат обучения по дисциплине	Код показателя освоения
ОПК-1	Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий	ИД-1 _{ОПК-1} : Знает основные понятия и терминологию ландшафтоведения и ландшафтной архитектуры; факторы формирования и особенности структуры природных и рукотворных ландшафтов ИД-2 _{ОПК-1} : Умеет анализировать информацию о ландшафтах из разных источников, и составлять на ее основе комплексные описания объектов ландшафтной архитектуры ИД-3 _{ОПК-1} : Владеет навыками оценки роли основных компонентов экосистем в формировании объектов ландшафтной архитектуры в различных природных условиях с учетом техногенной нагрузки.	Знать: - основы построения изображений (включая аксонометрические проекции) точек, прямых, плоскостей и отдельных видов линий и поверхностей; - методы построения изображений пространственных форм на плоскости; - способы решения задач, относящихся к этим формам на эпюре. - способы конструирования различных геометрических тел; - методы решений метрических, позиционных и комбинированных задач.	3 (ОПК-1)1 3 (ОПК-1)2 3 (ОПК-1)3 3 (ОПК-1)4 3 (ОПК-1)5
			Уметь: - использовать научно-техническую и справочную литературу для решения конкретных задач по начертательной геометрии; - применять на практике, в быту, знания, полученные при изучении данной дисциплины; - работать с технической документацией, литературой, справочниками и другими информационными источниками; - решать задачи на чертежах, связанные с пространственными объектами и их зависимостями; - решать задачи на взаимную принадлежность и взаимное пересечение геометрических фигур; - решать задачи на определение натуральной величины отдельных геометрических фигур.	У (ОПК-1)1 У (ОПК-1)2 У (ОПК-1)3 У (ОПК-1)4 У (ОПК-1)5 У (ОПК-1)6
			Владеть: пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического мышления, способностей к анализу и синтезу пространственных форм и отношений, изучению способов конструирования различных геометрических пространственных объектов (в основном – поверхностей), получения их чертежей на уровне графических моделей и решать на этих чертежах задачи, связанные с пространственными объектами и их зависимостями	В (ОПК-1)1

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

«Начертательная геометрия» - это дисциплина обязательной части блока 1.

«Начертательная геометрия» является одной из дисциплин программы бакалавриата, составляющих основу подготовки бакалавров, дающей студенту знания, необходимые для изучения последующих технических дисциплин, а также для его будущей практической деятельности. Основную часть курса начертательной геометрии составляют задачи, решение которых развивает логическое мышление, способствует закреплению теоретического материала и практическому применению теории.

В соответствии с учебным планом изучение дисциплины «Начертательная геометрия» завершается сдачей зачета с оценкой на первом курсе обучения.

Изложение дисциплины согласовано с программой средней школы по геометрии, черчению и информатике.

Знания по дисциплине используются при изучении последующих курсов, таких как

Теория ландшафтной архитектуры и методология проектирования, Рисунок и живопись, Технический рисунок в ландшафтном проектировании и другие, а также при выполнении расчетно-графических работ, курсовых и выпускных квалификационных работ.

2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Тематический план дисциплины

ЗФО

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы контроля
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы		
Раздел 1. Основы образования чертежа. Поверхности. Пересечение поверхностей.	50	6	2		4	44	
Раздел 2. Аксонометрические проекции. Наглядные изображения. Область их применения, правила их построения.	54	2			2	52	
Зачет	4						
Всего	108	8	2		6	96	Зачет с оценкой

2.3. Описание содержания дисциплины

Раздел 1 Основы образования чертежа.

Поверхности.

Пересечение поверхностей.

Лекция 1. Тема 1. Введение. Начертательная геометрия – наука о способах построения изображений геометрических форм на плоскости. Проецирование точки, прямой.

Параллельное проецирование и его инвариантные свойства. Координатные плоскости проекций. Образование эпюра Монжа. Проецирование точки. Проецирование прямой; следы прямой. Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения.

Лекция 2. Тема 2. Проецирование плоскости.

Проецирование плоскости. Следы плоскости. Главные линии плоскости. Определение, углов наклона плоскости общего положения к плоскостям проекций.

Лекция 3. Тема 3. Позиционные задачи

Взаимное положение точек, прямых. Взаимное положение прямой и плоскости, двух плоскостей. Принадлежность точки прямой, плоскости. Принадлежность прямой плоскости. Пересечение плоскостей, прямой и плоскости.

Лекция 5. Тема 5. Пересечение поверхности плоскостью и прямой.

Построение сечения поверхности. Пересечение многогранника плоскостью. Пересечение поверхности вращения плоскостью. Пересечение поверхности прямой линией.

Лабораторная работа № 1. Проецирование точки.

Изображение на эпюре Монжа точек, принадлежащих различным октантам, определение октантов. Построение точек, принадлежащих одной, двум и трем плоскостям проекций.

Лабораторная работа № 2. Проецирование прямой.

Построение эпюра прямой и семь положений прямой относительно плоскостей проекций. Определение натуральной величины отрезка прямой по ее проекциям. Определение угла наклона отрезка прямой к плоскостям проекций по ее эпюру.

Лабораторная работа № 3. Проецирование плоскости.

Задание плоскости на эллипсе Монжа, семь способов задания плоскости. Построение следов различных плоскостей. Главные линии в плоскости.

Лабораторная работа № 4. Проецирование плоскости.

Определение углов наклона плоскости общего положения к плоскостям проекций при помощи линии наибольшего наклона к одной из плоскостей проекций. Решение защитной задачи.

Лабораторная работа № 5. Замена плоскостей проекций.

Метод замены плоскостей проекций, его свойства. Применение метода замены плоскостей проекций для определения натуральной величины отрезка прямой, плоскости, углов наклона к плоскостям проекций.

Лабораторная работа № 6. Способ вращения геометрических фигур вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций.

Решение задач методом вращения геометрических фигур вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций для определения натуральной величины отрезка прямой, плоскости, углов наклона к плоскостям проекций.

Лабораторная работа № 7. Взаимное положение точек, прямых. Решение задач.

Взаимное положение точек, прямых. Взаимное положение прямой и плоскости, двух плоскостей. Принадлежность точки прямой, плоскости.

Лабораторная работа № 8. Взаимное положение прямой и плоскости, двух плоскостей. Решение защитной задачи.

Принадлежность прямой плоскости. Пересечение плоскостей, прямой и плоскости.

Лабораторные работы выполняются в соответствии с «Начертательная геометрия. Методические указания к выполнению лабораторных, расчетно-графических (контрольных) работ для студентов направления 15.03.02 «Технологические машины и оборудование» очной и заочной форм обучения

СРС по разделу 1 – 44 часа

Проработка теоретического материала по темам лабораторных работ, выполнение чертежей.

Раздел 2. Аксонометрические проекции.

Наглядные изображения.

Область их применения, правила их построения.

Лекция 6. Тема 6. Аксонометрическое проецирование

Общие сведения. Прямоугольные аксонометрические проекции. Косоугольные аксонометрические проекции.

Лекция 7. Тема 7. Метрические задачи.

Определение расстояния от точки до прямой. Определение расстояния между прямыми. Определение расстояния от точки до плоскости. Определение расстояния между двумя параллельными плоскостями.

Лекция 8. Тема 8 Развертки.

Развертка многогранных поверхностей. Развертка кривых поверхностей.

Лекция 9. Тема 9 Обобщенные позиционные задачи.

Обобщенные позиционные задачи.

Лабораторная работа № 9. Определение расстояния от точки до прямой. Определение расстояния между прямыми.

Решение задач на определение расстояния между геометрическими телами различными способами.

Лабораторная работа № 10. Определение расстояния от точки до плоскости. Определение расстояния между двумя параллельными плоскостями.

Решение задач на определение расстояния между геометрическими телами различными способами. Решение задач.

Лабораторная работа № 11. Аксонометрические проекции. Многогранные поверхности.

Построение различных многогранников на эюре Монжа. Построение точек, линий на поверхности многогранников по заданию преподавателя. Решение задач.

Лабораторная работа № 12. Поверхности вращения.

Построение различных тел вращения на эюре Монжа. Построение точек, линий на поверхностях различных тел вращения по заданию преподавателя. Решение задач.

Лабораторная работа № 13. Пересечение многогранных поверхностей, поверхностей вращения геометрическими телами.

Пересечение многогранных поверхностей, поверхностей вращения прямой общего положения, плоскостью частного и общего положения. Решение задач.

Лабораторная работа № 14. Построение разверток многогранных поверхностей.

Построение разверток многогранников различными способами.

Лабораторная работа № 15. Построение разверток поверхностей вращения. Решение задач.

Построение разверток тел вращения различными способами.

Лабораторная работа № 16. Обобщенные позиционные задачи.

Пересечение плоскостей, прямой и плоскости. Пересечение поверхности вращения плоскостью. Пересечение поверхности прямой линией.

Лабораторная работа № 17. Обобщенные позиционные задачи.

Пересечение плоскостей, прямой и плоскости. Пересечение поверхности вращения плоскостью. Пересечение поверхности прямой линией.

СРС по разделу 2 – 52 часа

Проработка теоретического материала по темам лабораторных работ, выполнение чертежей.

3. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся

В целом внеаудиторная самостоятельная работа обучающегося при изучении курса включает в себя следующие виды работ:

- ❑ чтение и проработка рекомендованной основной и дополнительной литературы;
- ❑ подготовка к лабораторным занятиям;
- ❑ поиск и проработка материалов из Интернет-ресурсов, периодической печати;
- ❑ подготовка к текущему и итоговому (промежуточная аттестация) контролю знаний по дисциплине.

Основная доля самостоятельной работы обучающихся приходится на подготовку к лабораторным занятиям, тематика которых полностью охватывает содержание курса. Самостоя-

тельная работа по подготовке к лабораторным занятиям предполагает умение работать с первичной информацией.

Для проведения лабораторных занятий, для самостоятельной работы используются методическое пособие:

«Начертательная геометрия. Методические указания к выполнению лабораторных, расчетно-графических (контрольных) работ для студентов направления 15.03.02 «Технологические машины и оборудование» очной и заочной форм обучения.

4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по представлен в приложении к рабочей программе дисциплины и включает в себя:

☐ перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;

☐ описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;

☐ типовые контрольные задания или материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций;

☐ методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (Зачет с оценкой)

1. Основной метод начертательной геометрии. Проекция точки, расположение точки относительно плоскостей проекций.
2. Инвариантные свойства параллельного проецирования. Ортогональное проецирование прямого угла.
3. Координатные плоскости проекций. Образование эпюра Монжа. Октанты.
4. Аксонометрическое проецирование. Стандартные аксонометрические проекции.
5. Проецирование прямой. Следы прямой. Расположение прямых относительно плоскостей проекций.
6. Определение натуральной величины отрезка прямой и углов наклона его к плоскостям проекций.
7. Проецирование плоскости, следы плоскости. Расположение плоскости относительно плоскостей проекций.
8. Главные линии плоскости. Привести примеры шести главных линий плоскости общего положения на эпюре Монжа.
9. Взаимное положение точек, прямых, точки и прямой между собой.
10. Взаимное положение точки и плоскости, прямой и плоскости.
11. Взаимное положение двух плоскостей. Дать определение и привести примеры на эпюре Монжа.
12. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей.
13. Пересечение двух плоскостей, в том числе и двух плоскостей общего положения.
14. Пересечение прямой и плоскости, занимающих общее положение.
15. Преобразование проекций. Способ замены плоскостей проекций.
16. Преобразование проекций. Способ вращения вокруг проецирующих прямых.
17. Кривые линии. Классификация кривых линий (плоских и пространственных).
18. Поверхности. Образование поверхностей, их определитель. Очерк и каркас по поверхности.
19. Классификация поверхностей. Задание поверхностей на чертеже
20. Принадлежность точки и линии поверхности.
21. Многогранные поверхности (опредетель, образование и задание на эпюре Монжа).
22. Поверхности вращения (опредетель, образование и задание на эпюре Монжа).

23. Винтовые поверхности (определитель, образование и задание на эюре Монжа).
24. Пересечение кривой поверхности плоскостью.
25. Пересечение конуса вращения плоскостями. Привести шесть случаев на эюре Монжа.
26. Пересечение поверхности прямой линией.

5. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Гордон В.О. и др. Курс начертательной геометрии. – М.: Высшая школа, 2008.

Дополнительная

2. Виноградов В.Н. Начертательная геометрия: учебник, 2001г.
3. Фролов С.А. Начертательная геометрия. – М.: Машиностроение, 1983.

5.3 Методические указания

«Начертательная геометрия. Методические указания к выполнению лабораторных, расчетно-графических (контрольных) работ для студентов направления 15.03.02 «Технологические машины и оборудование» очной и заочной форм обучения

5.4 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Российское образование. Федеральный портал: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.edu.ru>
2. Электронно-библиотечная система «eLibrary»: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.elibrary.ru>
3. Электронно-библиотечная система «Буквоед»: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://91.189.237.198:8778/poisk2.aspx>

6. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методика преподавания данной дисциплины предполагает проведение лабораторных занятий, групповых и индивидуальных консультаций по отдельным специфическим проблемам дисциплины. Предусмотрена самостоятельная работа студентов, а также прохождение аттестационных испытаний промежуточной аттестации.

Лекции посвящаются рассмотрению наиболее важных и общих вопросов.

Целью проведения лабораторных занятий является закрепление знаний обучающихся, полученных ими в ходе изучения дисциплины на лабораторных занятиях и самостоятельно.

7. КУРСОВОЙ ПРОЕКТ

По дисциплине не предусмотрено выполнение курсового проекта.

8. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОСУЩЕСТВЛЕНИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ВКЛЮЧАЯ ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

8.1 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса

- ☐ электронные образовательные ресурсы, представленные выше;
- ☐ интерактивное общение с обучающимися и консультирование посредством электрон-

ной почты.

8.2 Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса

При освоении дисциплины используется лицензионное программное обеспечение:

- ☐ операционные системы Astra Linux (или иная операционная система, включенная в реестр отечественного программного обеспечения);
- ☐ комплект офисных программ Р-7 Офис (в составе текстового процессора, программы работы с электронными таблицами, программные средства редактирования и демонстрации презентаций);
- ☐ программа проверки текстов на предмет заимствования «Антиплагиат».

8.3 Перечень информационно-справочных систем

- ☐ справочно-правовая система Консультант-плюс <http://www.consultant.ru/online>
- ☐ справочно-правовая система Гарант <http://www.garant.ru/online>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

☐ для проведения занятий лекционного типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации используется аудитория 3-208: столы ученические; стулья; проектор мультимедиа, столы ученические, стулья; комплект сборочных единиц; стенды со справочно-информационными данными и с примерами выполнения работ; тестовые материалы; альбом справочных данных; макеты геометрических тел со сквозными отверстиями; чертежный инструмент.

☐ для самостоятельной работы обучающихся – кабинетом для самостоятельной работы №7-103, оборудованный 1 рабочей станцией с доступом к сети «Интернет» и в электронную информационно-образовательную среду организации, и комплектом учебной мебели на 6 посадочных мест и аудиторией для самостоятельной работы обучающихся 3-302, оборудованной 4 рабочими станциями с доступом к сети «Интернет» и в электронную информационно-образовательную среду организации, и комплектом учебной мебели на 6 посадочных мест;

☐ доска аудиторная;

☐ презентации в PowerPoint по темам курса.

Дополнения и изменения в рабочей программе на _____ учебный год

В рабочую программу по дисциплине «Начертательная геометрия» для направления 35.03.10 «Ландшафтная архитектура» профиль «Специалист по благоустройству и озеленению территорий и объектов» вносятся следующие дополнения и изменения:

Дополнения и изменения внес _____
(должность, Ф.И.О., подпись)

Рабочая программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры ТМО

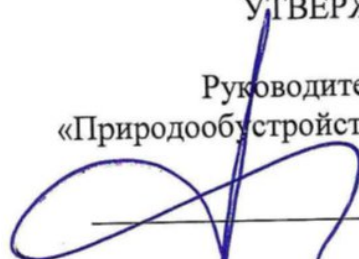
«___» _____ 202 г. Протокол № __

Заведующий кафедрой _____ / _____
подпись ФИО

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАМЧАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»)

Факультет мореходный

Кафедра «Технологические машины и оборудование»

УТВЕРЖДАЮ
Руководитель НОЦ
«Природообустройство и рыболовство»
 /Л.М.Хорошман/

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДИСЦИПЛИНЫ**

«Начертательная геометрия»

направление:
35.03.10-«Ландшафтная-архитектура»
(уровень-бакалавриата)

профиль
«Благоустройство-и-озеленение-территорий-и-объектов»

Петропавловск-Камчатский,
2025

Составитель фонда оценочных средств

Профессор кафедры ТМО

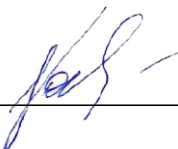


д.ф.-м.н., доц. С.Н. Царенко

Фонд оценочных средств рассмотрен на заседании кафедры «Технологические машины и оборудование» «20» января 2025 г. протокол № 1.

Заведующий кафедрой

«20» января 2025 г.



к.т.н., доц. А.В. Костенко

АКТУАЛЬНО НА

20__ / 20__ учебный год

(подпись)

ФИО зав. кафедрой

20__ / 20__ учебный год

(подпись)

ФИО зав. кафедрой

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

ОПК-1 – Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий.						
Б1.О.14	Математика	Эк				
Б1.О.15	Начертательная геометрия	ЗаО				
Б1.О.16	Биологические основы ландшафтной архитектуры	Эк	Эк			
Б1.О.17	Почвоведение с основами агрохимии	ЗаО				
Б1.О.18	Ботаника	Эк				
Б1.О.22	Физиология растений		Эк			
Б1.О.23	Геоморфология с основами геопластики		За			
Б1.О.25	Ландшафтоведение		Эк			
Б1.О.26	Гидрология, климатология и метеорология		Эк			
Б1.О.27	Геодезия		За			
Б1.О.31	Теория ландшафтной архитектуры и методология проектирования			Эк		
Б1.О.32	Основы благоустройства и озеленения территорий			За		
Б1.О.35	Типология объектов ландшафтной архитектуры				Эк	
Б1.О.37	Технологии и оборудование в ландшафтном строительстве				ЗаО	
Б1.О.ДВ.02.01	Особо охраняемые природные территории			За		
Б1.О.ДВ.02.02	Землеустройство			За		
Б2.О.01	Учебная практика	ЗаО	ЗаО			
Б2.О.01.01(У)	Ознакомительная практика	ЗаО				
Б2.О.01.02(У)	Творческая практика		ЗаО			
Б3.01(Д)	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы					ВКР

Таблица 1 - Паспорт ФОС

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции или ее части	Наименование оценочного средства
Раздел 1. Основы образования чертежа. Поверхности. Пересечение поверхностей.	ОПК-1	Опрос: 3(ОПК-1)1 3(ОПК-1)2 3(ОПК-1)3 3(ОПК-1)4 3(ОПК-1)5 Практические работы: У(ОПК-1)1 У(ОПК-1)4 У(ОПК-1)5 У(ОПК-1)6 В(ОПК-1)1
Раздел 2. Аксонометрические проекции. Наглядные изображения. Область их применения, правила их построения.	ОПК-1	Опрос: 3(ОПК-1)1 3(ОПК-1)2 3(ОПК-1)4 Практические работы: У(ОПК-1)1 У(ОПК-1)2 У(ОПК-1)3 В(ОПК-1)1

2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

2.1 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения*			
		2	3	4	5
ОПК-1	Знать: - основы построения изображений (включая аксонометрические проекции) точек, прямых, плоскостей и отдельных видов линий и поверхностей; - методы построения изображений пространственных форм на плоскости; - способы решения задач, относящихся к этим формам на эюре. - способы конструирования различных геометрических тел; - методы решений метрических, позиционных и комбинированных задач.	- не знает основы построения изображений (включая аксонометрические проекции) точек, прямых, плоскостей и отдельных видов линий и поверхностей; - не знает методы построения изображений пространственных форм на плоскости; - не знает способы решения задач, относящихся к этим формам на эюре. - не знает способы конструирования различных геометрических тел; - не знает методы решений метрических, позиционных и комбинированных задач.	☒ - знает основы построения изображений (включая аксонометрические проекции) точек, прямых, плоскостей и отдельных видов линий и поверхностей;	- знает основы построения изображений (включая аксонометрические проекции) точек, прямых, плоскостей и отдельных видов линий и поверхностей; - знает методы построения изображений пространственных форм на плоскости; - знает способы решения задач, относящихся к этим формам на эюре. - знает способы конструирования различных геометрических тел.	- знает основы построения изображений (включая аксонометрические проекции) точек, прямых, плоскостей и отдельных видов линий и поверхностей; - знает методы построения изображений пространственных форм на плоскости; - знает способы решения задач, относящихся к этим формам на эюре. - знает способы конструирования различных геометрических тел; - знает методы решений метрических, позиционных и комбинированных задач.
	Уметь: - использовать научно-техническую и справочную литературу для решения конкретных задач по начертательной геометрии; - применять на практике, в быту, знания, полученные при изучении данной дисциплины; - работать с технической документацией, литературой, справочниками и другими информационными источниками; - решать задачи на чертежах, связанные с пространственными объектами и их зависимостями; - решать задачи на взаимную принадлежность и взаимное пересечение	- не умеет использовать научно-техническую и справочную литературу для решения конкретных задач по начертательной геометрии; - не умеет применять на практике, в быту, знания, полученные при изучении данной дисциплины; - не умеет работать с технической документацией, литературой, справочниками и другими информационными источниками; - не умеет решать задачи на чертежах, связанные с пространственными объектами и их зависимостями;	- умеет решать задачи на чертежах, связанные с пространственными объектами и их зависимостями; - умеет решать задачи на взаимную принадлежность и взаимное пересечение геометрических фигур.	- умеет использовать научно-техническую и справочную литературу для решения конкретных задач по начертательной геометрии; - умеет работать с технической документацией, литературой, справочниками и другими информационными источниками; - умеет решать задачи на чертежах, связанные с пространственными объектами и их зависимостями; - умеет решать задачи на взаимную принадлежность	- умеет использовать научно-техническую и справочную литературу для решения конкретных задач по начертательной геометрии; - умеет применять на практике, в быту, знания, полученные при изучении данной дисциплины; - умеет работать с технической документацией, литературой, справочниками и другими информационными источниками; - умеет решать задачи на чертежах, связанные с пространственными объектами и

	сечение геометрических фигур; -решать задачи на определение натуральной величины отдельных геометрических фигур.	тами и их зависимостями; - не умеет решать задачи на взаимную принадлежность и взаимное пересечение геометрических фигур; - не умеет решать задачи на определение натуральной величины отдельных геометрических фигур.		и взаимное пересечение геометрических фигур; - умеет решать задачи на определение натуральной величины отдельных геометрических фигур.	их зависимостями; - умеет решать задачи на взаимную принадлежность и взаимное пересечение геометрических фигур; - умеет решать задачи на определение натуральной величины отдельных геометрических фигур.
	Владеть: пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического мышления, способностей к анализу и синтезу пространственных форм и отношений, изучению способов конструирования различных геометрических пространственных объектов (в основном – поверхностей), получения их чертежей на уровне графических моделей и решать на этих чертежах задачи, связанные с пространственными объектами и их зависимостями	☐ не владеет навыками пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического мышления, ☐ не имеет способностей к анализу и синтезу пространственных форм и отношений, изучению способов конструирования различных геометрических пространственных объектов (в основном – поверхностей), получения их чертежей на уровне графических моделей и решать на этих чертежах задачи, связанные с пространственными объектами и их зависимостями	☐ владеет навыками пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического мышления.	☐ владеет навыками пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического мышления, ☐ имеет способности к анализу и синтезу пространственных форм и отношений, изучению способов конструирования различных геометрических пространственных объектов (в основном – поверхностей), получения их чертежей на уровне графических моделей и решать на этих чертежах задачи, связанные с пространственными объектами и их зависимостями	☐ владеет навыками пространственного представления и воображения, конструктивно-геометрического мышления, ☐ имеет способности к анализу и синтезу пространственных форм и отношений, изучению способов конструирования различных геометрических пространственных объектов (в основном – поверхностей), получения их чертежей на уровне графических моделей и решать на этих чертежах задачи, связанные с пространственными объектами и их зависимостями

*2 - Неудовлетворительная оценка результатов обучения. Фрагментарные знания, умения, навыки. Отсутствие знаний, умений, навыков.

Данный результат указывает на несформированность порогового уровня знаний, умений, навыков.

3 - Удовлетворительная оценка результатов обучения. Несистематическое использование знаний, умений, навыков.

4 - Удовлетворительная оценка результатов обучения. Определенные пробелы. В целом, успешное использование знаний, умений, навыков.

5 - Удовлетворительная оценка результатов обучения. Успешное и систематическое применение знаний, умений, навыков

2.2 Описание шкал оценивания

Формы контроля	Шкала оценивания
Собеседование	Оценка «отлично»: ответы на поставленные вопросы излагаются четко, логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений, делаются обоснованные выводы, демонстрируются глубокие знания базовых нормативных и правовых актов, соблюдаются нормы литературной речи. Оценка «хорошо»: ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно, материал

	излагается уверенно, демонстрируется умение анализировать материал, однако не все выводы носят аргументированный и доказательный характер, соблюдаются нормы литературной речи, обучающийся демонстрирует хороший уровень освоения материала. Оценка «удовлетворительно»: допускаются нарушения в последовательности изложения ответов на поставленные вопросы, демонстрируются поверхностные знания вопроса, имеются затруднения с выводами, допускаются нарушения норм литературной речи. Оценка «неудовлетворительно»: материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определенной системы знаний по дисциплине, имеются заметные нарушения норм литературной речи, обучающийся допускает существенные ошибки в ответах на вопросы, не ориентируется в понятийном аппарате.
Выполнение лабораторных работ	Оценка «отлично» выставляется обучающемуся, чей результат оказался правильным, чье решение или расчет оказался наиболее продуманным, логичным. Оценка «хорошо» выставляется обучающемуся, использовавшему методику расчета с незначительными нарушениями, чей расчет имеет незначительные погрешности, не всегда обоснованные решения Оценка «удовлетворительно» выставляется каждому обучающемуся, чей расчет имеет нарушения, но в целом задание выполнено, анализ проведен поверхностно, в том числе с нарушением методики его проведения, большинство решений необосновано. Оценка «неудовлетворительно» выставляется каждому обучающемуся, если расчет проведен в нарушение методики, результаты не обоснованы, не сделаны выводы, расчет произведен с грубыми нарушениями и не соответствует поставленной задаче.
Экзамен	Оценка «отлично» выставляется, если обучающийся показывает всесторонние и глубокие знания программного материала, знание основной и дополнительной литературы; последовательно и четко отвечает на вопросы; уверенно ориентируется в теории; демонстрирует способность применять теоретические знания для практических ситуаций, делать правильные выводы; подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой. Оценка «хорошо» выставляется, если обучающийся показывает полное знание программного материала, основной и дополнительной литературы; дает полные ответы на теоретические вопросы, допуская некоторые неточности; правильно применяет теоретические положения для практических ситуаций; демонстрирует хороший уровень освоения материала и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; при ответе на вопросы не допускает грубых ошибок, но испытывает затруднения в последовательности их изложения; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для практических ситуаций, подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне. Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по разделу; не способен аргументировано и последовательно его излагать, допускает грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на задаваемые преподавателем вопросы или затрудняется с ответом; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

Итоговое оценивание обучающегося

Для оценки качества подготовки обучающегося по дисциплине в целом составляется рейтинг – интегральная оценка результатов всех видов деятельности, осуществляемых в процессе ее изучения.

Промежуточная аттестация для обучающихся заочной формы обучения проводится по окончании изучения дисциплины во время зачетно-экзаменационной сессии, в соответствии с рабочим учебным планом по направлению подготовки – в форме экзамена.

Преподаватель на вводной лекции (первом занятии) знакомит обучающихся группы с программой учебной дисциплины, порядком определения количества ЗЕ, графиком, формами и процедурой прохождения текущего контроля, а также примерными вопросами для подготовки к промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация – это форма контроля теоретических знаний, полученных студентом в процессе изучения всей учебной дисциплины или ее части, и умения их применять в практической деятельности. Он должен учитывать выполнение всех видов работ, предусмотренных программой дисциплины, в том числе самостоятельную работу, выполнение практических занятий.

Показатели, критерии оценки сформированности компетенции, шкала оценивания результатов освоения компетенций по уровням освоения представлены в таблице.

Уровень освоения	Критерии освоения	Показатели и критерии оценки сформированности компетенции	Шкала оценивания (традиционная оценка)
Продвинутый	<i>Компетенции сформированы.</i> Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено на «отлично». Обучаемый демонстрирует способность к полной самостоятельности (допускаются консультации с преподавателем по сопутствующим вопросам) в выборе способа решения неизвестных или нестандартных заданий в рамках учебной дисциплины с использованием знаний, умений и навыков , полученных как в ходе освоения данной учебной дисциплины, так и смежных дисциплин.	«отлично»
Базовый	<i>Компетенции сформированы.</i> Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка	Теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальной оценкой, некоторые виды заданий выполнены с несущественными ошибками. Качество выполнения заданий оценено преимущественно на «хорошо». Способность обучающегося продемонстрировать самостоятельное применение знаний, умений и навыков при решении заданий, аналогичных тем, которые представлял преподаватель при потенциальном формировании компетенции, подтверждает наличие сформированной компетенции, причем на более высоком уровне	«хорошо»
Пороговый	<i>Компетенции сформированы.</i> Демонстрируется недостаточный уровень самостоятельности практического навыка	Теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, возможно, содержат ошибки. Качество выполнения заданий оценено преимущественно на «удовлетворительно». Если обучаемый демонстрирует самостоятельность в применении знаний, умений и навыков к решению учебных заданий в полном соответствии с образцом, данным преподавателем, по заданиям, решение которых было показано преподавателем, следует считать, что компетенция сформирована, но ее уровень недостаточно высок.	«удовлетворительно»
Низкий	<i>Компетенции не сформированы</i> Демонстрируется отсутствие или	Теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. Неспособность обучающегося самостоятельно продемонстрировать наличие знаний при решении заданий, которые были представлены	«неудовлетворительно»

	фрагментарное наличие самостоятельности и практического навыка	преподавателем вместе с образцом их решения, отсутствие самостоятельности в применении умения к использованию методов освоения учебной дисциплины и неспособность самостоятельно проявить навык повторения решения поставленной задачи по стандартному образцу свидетельствуют об отсутствии сформированной компетенции.	
--	--	--	--

3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

1. Основной метод начертательной геометрии. Проекция точки, расположение точки относительно плоскостей проекций.
2. Инвариантные свойства параллельного проецирования. Ортогональное проецирование прямого угла.
3. Координатные плоскости проекций. Образование эпюра Монжа. Октанты.
4. Аксонометрическое проецирование. Стандартные аксонометрические проекции.
5. Проецирование прямой. Следы прямой. Расположение прямых относительно плоскостей проекций.
6. Определение натуральной величины отрезка прямой и углов наклона его к плоскостям проекций.
7. Проецирование плоскости, следы плоскости. Расположение плоскости относительно плоскостей проекций.
8. Главные линии плоскости. Привести примеры шести главных линий плоскости общего положения на эпюре Монжа.
9. Взаимное положение точек, прямых, точки и прямой между собой.
10. Взаимное положение точки и плоскости, прямой и плоскости.
11. Взаимное положение двух плоскостей. Дать определение и привести примеры на эпюре Монжа.
12. Перпендикулярность прямых, прямой и плоскости, двух плоскостей.
13. Пересечение двух плоскостей, в том числе и двух плоскостей общего положения.
14. Пересечение прямой и плоскости, занимающих общее положение.
15. Преобразование проекций. Способ замены плоскостей проекций.
16. Преобразование проекций. Способ вращения вокруг проецирующих прямых.
17. Кривые линии. Классификация кривых линий (плоских и пространственных).
18. Поверхности. Образование поверхностей, их определитель. Очерк и каркас поверхности.
19. Классификация поверхностей. Задание поверхностей на чертеже
20. Принадлежность точки и линии поверхности.
21. Многогранные поверхности (опредетель, образование и задание на эпюре Монжа).
22. Поверхности вращения (опредетель, образование и задание на эпюре Монжа).
23. Винтовые поверхности (опредетель, образование и задание на эпюре Монжа).
24. Пересечение кривой поверхности плоскостью.
25. Пересечение конуса вращения плоскостями. Привести шесть случаев на эпюре Монжа.
26. Пересечение поверхности прямой линией.

3.2. Практикум

Лабораторные работы по разделу «Начертательная геометрия»

Лабораторная работа № 1. Построение проекций пирамиды на основные и дополнительные плоскости проекций. Решение задачи.

Изображение на эпюре Монжа точек вершин пирамиды по их координатам, построение ребер пирамиды, определение видимости ребер. Построение профильной проекции пирамиды.

Построение проекции пирамиды на дополнительную плоскость проекций. Определение положения ребер пирамиды.

Лабораторная работа № 2. Построение проекций наклонной призмы. Решение задачи.

Построение эпюра основания призмы по заданным координатам вершин. Определение положения бокового ребра призмы по условию принадлежности ему заданной точки. Построение проекции бокового ребра призмы по заданной величине его натуральной длины. Построение эпюра граней призмы и определение видимости ребер. Определение положения ребер призмы.

Лабораторная работа № 3. Построение проекций пирамиды. Решение задачи.

Построение эпюра точек основания пирамиды по заданным координатам его вершин. Определение координаты вершины пирамиды по условию принадлежности заданной точки боковой грани пирамиды. Построение эпюра граней пирамиды и определение видимости ребер. Определение положения граней пирамиды.

Лабораторная работа № 4. Построение перпендикуляра от точки к плоскости общего положения. Решение задачи.

Построить перпендикуляр от заданной точки к плоскости общего положения. Найти основание перпендикуляра. Показать видимость перпендикуляра, считая плоскость не прозрачной.

Лабораторная работа № 5. Построение прямой параллельной заданным плоскостям. Решение задачи.

Построить эпюр заданных плоскостей. Определить линию пересечения плоскостей, через заданную точку провести линию параллельную исходным плоскостям.

Лабораторная работа № 6. Определение натуральных размеров сторон треугольника. Решение задачи.

Методом замены плоскостей проекций построить натуральное изображение треугольника и определить размеры его сторон.

Лабораторная работа № 7. Определение натурального размера плоского угла. Решение задачи.

Определение угла между прямой и плоскостью общего положения методом поворота вокруг оси – линии уровня.

Лабораторная работа № 8. Построение сечения гранной поверхности заданной плоскостью. Построение развертки гранной поверхности. Решение задачи.

Построить по координатам вершин эпюры гранной поверхности и плоскости общего положения. Построить линии пересечения гранной поверхности с заданной плоскостью. Определить видимость линий пересечения поверхности с плоскостью, полагая тело образованное гранной поверхностью непрозрачным, а плоскость – прозрачной. Построить развертку гранной поверхности.

Лабораторная работа № 9. Построение проекций кривых поверхностей. Решение задачи.

По заданному описанию и фронтальной проекции тела построить горизонтальную и профильную проекции, а также наклонное сечение по заданной плоскости. На примерах отдельных точек показать методику построения линий пересечения геометрических элементов фигур.

Лабораторная работа № 10. Построение трех основных проекции и аксонометрической проекции детали. Решение задачи.

По описанию детали построить ее три основных проекции и аксонометрическую проекцию. На изображениях необходимо выполнить целесообразные разрезы, соединяя, где это

возможно, половину вида с половиной разреза. Аксонометрия должна быть выполнена с вырезом четвертой части детали между осями X и Y.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

По дисциплине предусмотрены следующие формы контроля качества подготовки:

☐ текущий (осуществление контроля за всеми видами аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины);

☐ промежуточный (оценивается уровень и качество подготовки по конкретным разделам дисциплины).

☐ контроль самостоятельной работы студента.

Результаты текущего и промежуточного контроля качества выполнения студентом запланированных видов деятельности по усвоению учебной дисциплины являются показателем качества работы обучающегося за время изучения дисциплины.

Итоговый контроль проводится в форме экзамена.

Текущий контроль успеваемости предусматривает оценивание хода освоения дисциплины.

Оценивание знаний, умений и навыков по учебной дисциплине осуществляется посредством использования следующих видов оценочных средств:

☐ устные опросы;

☐ выполнение лабораторных работ и практических занятий, проведение собеседования;

☐ экзамен.

Опросы и собеседования

Устные опросы и собеседования проводятся во время практических и лабораторных занятий и при проведении промежуточного контроля знаний по разделам (модулям) дисциплины.

Вопросы опроса, проводимого во время практических занятий, не должны выходить за рамки объявленной для данного занятия темы. Устные опросы необходимо строить так, чтобы вовлечь в тему обсуждения максимальное количество обучающихся в группе, проводить параллели с уже пройденным учебным материалом данной дисциплины и смежными курсами, находить удачные примеры из современной действительности, что увеличивает эффективность усвоения материала на ассоциациях. Основные вопросы для устного опроса доводятся до сведения студентов на предыдущем практическом занятии.

При оценке опросов анализу подлежит точность формулировок, связность изложения материала, обоснованность суждений, опора на методические материалы.

Выполнение практических заданий

Выполнение практических заданий осуществляется на лабораторных работах по предложенным преподавателям условиям. Задания выполняются индивидуально.

Зачет с оценкой

Итоговая аттестация завершает изучение курса и проходит в виде дифференцированного зачета. Зачетное занятие проводится согласно расписанию зачетно-экзаменационной сессии. К зачету не допускаются обучающиеся, не сдавшие хотя бы одну из двух текущих аттестаций. Зачет может быть выставлен автоматически по результатам текущего и промежуточного контроля знаний и достижений, продемонстрированных студентом на практических занятиях, при условии успешного выполнения самостоятельной работы. Фамилии студентов, получивших зачет автоматически, объявляются в день проведения зачетного занятия до начала промежуточной аттестации.

Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного рабочей программой.

В случае неудовлетворительного результата испытания назначается день и время по-

вторного (по графику ликвидации задолженностей).

Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующие функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением декана факультета.

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Камчатский государственный технический университет»

С.Н. Царенко

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ
И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**

*Конспект лекций для студентов
всех направлений подготовки и специальностей
очной и заочной форм обучения
Часть 1*

Петропавловск-Камчатский
2020

УДК 514.18
ББК

Рецензенты:

Белов О.А.

к.т.н., доцент, заведующий кафедрой
«Энергетические установки и электрооборудование судов»
ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»

Царенко Сергей Николаевич

Начертательная геометрия и инженерная графика: конспект лекций.
Часть 1 / С.Н. Царенко. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2020. –
48 с.

Конспект лекций составлен в соответствии с требованиями к освоению основных образовательных программ подготовки бакалавров по направлениям 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», 16.03.03 «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения», специальности 26.05.06. «Эксплуатация судовых энергетических установок» федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

**УДК 514.18
ББК**

© КамчатГТУ, 2020
© Царенко С.Н. 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1. Метод проекций	7
1.1. Центральное проецирование	7
1.2. Параллельное проецирование	8
1.3. Основные свойства ортогонального проецирования	9
1.4. Обратимость чертежа	9
Контрольные вопросы	11
2. Проекция точки. Метод Монжа	12
2.1. Проецирование точки на две плоскости проекций	12
2.2. Проецирование точки на три взаимно перпендикулярные плоскости	13
2.3. Построение проекции точки по координатам	15
2.4. Точки общего и частного положения	16
2.5. Взаимное положение точек	17
2.6. Безосный чертёж	17
Контрольные вопросы	18
3. Прямая линия	19
3.1. Задания прямой в пространстве.	19
3.2. Положение прямой в пространстве	19
3.3. Взаимное положение прямых	21
3.4. Конкурирующие точки	22
3.5. Проекция плоских углов	23
3.6. Следы прямой	24
3.7. Относительное положение прямой и точки	24
3.8. Определение натуральной величины отрезка прямой общего положения и углов наклона его к плоскостям проекций способом прямоугольного треугольника	25
Контрольные вопросы	26
4. Плоскость	27
4.1. Задание плоскости на чертеже	27
4.2. Положение плоскости в пространстве	28
4.3 Прямая и точка в плоскости	29
4.4. Главные линии плоскости	30
Вопросы для самоподготовки	31
5. Взаимное положение геометрических образов	32
5.1. Параллельность прямой и плоскости	32
5.2. Параллельные плоскости.	32
5.3. Плоскости пересекающиеся	33
5.4. Построение точки пересечения прямой и плоскости	35
5.5. Прямая перпендикулярна плоскости	38
5.6. Перпендикулярность двух плоскостей	39
Контрольные вопросы	40

6. Способы преобразования комплексного чертежа	41
6.1. Способ замены плоскостей проекций.	41
6.2. Вращение вокруг проецирующих прямых	45
6.3. Способ плоскопараллельного перемещения	46
Контрольные вопросы	47
Рекомендуемая литература	48

ВВЕДЕНИЕ

Наступление информационной эпохи и переход к цифровой экономике сопровождается экспоненциальным ростом объема научно-технической информации. Наиболее эффективными и естественными для человека средствами передачи информации являются визуальные. Знание этих средств, умение ими пользоваться – составляющие графической грамотности, основы которой закладываются при изучении инженерно-графических дисциплин.

Учебные дисциплины «Начертательная геометрии и инженерная графика», «Инженерная графика», «Инженерная и компьютерная графика», дают студентам знания, которые необходимы им для общения с техническими специалистами на специальном графическом языке. Эти дисциплины, независимо от названия, включает следующие разделы: начертательную геометрию, машиностроительное или техническое черчение и основы компьютерной графики.

В инженерной практике мы постоянно встречаемся с геометрическими моделями в виде чертежей, которые и являются средством общения людей в их профессиональной деятельности. Чертёж – это своеобразный язык, с помощью которого, используя всего лишь точки, линии и ограниченное число геометрических знаков, букв и цифр, человек имеет возможность изобразить на поверхности, в частности на плоскости, геометрические фигуры или их сочетания (машины, приборы, инженерные сооружения и т.д.). Причём этот язык является интернациональным, он понятен любому технически грамотному человеку независимо от того, на каком языке он говорит.

Начертательная геометрия является теоретической базой для составления чертежа. В начертательной геометрии изучаются геометрические основы построения изображений на плоскости (листе бумаги, экране монитора и т.п.) предметов, имеющих три измерения.

Целью изучения раздела «Начертательная геометрия» является развитие у студентов пространственного представления, геометрического мышления, способности к анализу форм, размеров и взаимного расположения пространственных объектов на основе их проекционных моделей. Начертательной геометрии решаются две основные задачи: **Прямая задача** – построение изображения пространственной фигуры на плоскости. **Обратная задача** – определение формы и размеров пространственной фигуры по ее плоскому изображению.

Данное учебное пособие является курсом лекций по начертательной геометрии, читаемым в аудитории, и содержит только самые необходимые разделы курса, предусмотренные образовательной программой. Темы лекций выстроены в определенной логической последовательности.

Лекции по начертательной геометрии содержат больше материала, чем можно изложить в аудитории в течение лекционного времени. Это необходимо для того, чтобы студенты при самостоятельной проработке лекций могли хорошо изучить весь теоретический материал, необходимый для решения задач по темам практических занятий. Пособие содержит только теоретические осно-

вы построения чертежа и не претендует на исключительность и полноту, поэтому, при необходимости, рекомендуется обращаться и к другим источникам, например указанным в перечне литературы.

Материал данного пособия использован в интерактивном курсе дисциплин «Начертательная геометрия» и «Начертательная геометрия и инженерная графика» электронной информационной образовательной среды КамчатГТУ:

<https://lk.kstu.su/login/index.php>

В пособии используются общепринятые обозначения геометрических элементов пространства:

точки обозначены прописными буквами латинского алфавита ($A, B, C...$) или арабскими цифрами (1, 2, 3...);

прямые, кривые линии - строчными буквами латинского алфавита ($a, b, c...$);

поверхности (в том числе и плоскости) - строчными или прописными буквами греческого алфавита ($\alpha, \beta, \gamma, \dots, \zeta, \eta, \dots, \Sigma, \Lambda, \theta, \dots$).

А также следующие символы:

$\Rightarrow$ - результат операции;

$\cap$ - пересечение элементов;

$\equiv$ - тождественное совпадение элементов;

$\in$ - принадлежность элементов;

$\perp$ - перпендикулярность;

$\parallel$ - параллельность.

1. МЕТОД ПРОЕКЦИЙ

Простейшим объектом (элементом) пространства является точка. Точки могут быть собственными и несобственными (бесконечно удаленными). Все остальные геометрические объекты (линия, плоскость, поверхность...) можно представить как множество точек. Для моделирования объектов трехмерного пространства будем использовать операцию проецирования.

1.1. ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ

Пусть дана плоскость Π (рис. 1.1) и вне её точка A .

Возьмём ещё некоторую точку S , которую соединим с т. A и прямую SA продолжим до пересечения с плоскостью Π в т. A_1 . Такая операция называется проецированием точки A на пл. Π .

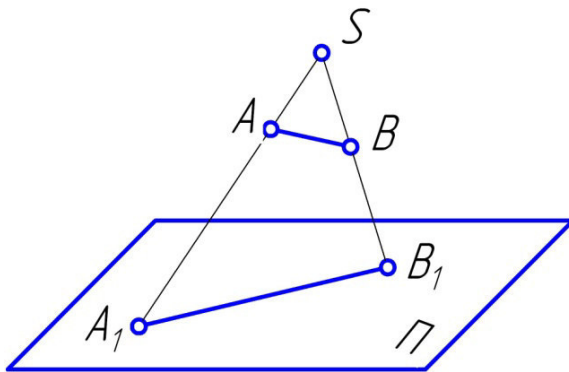


Рис.1.1

Π – плоскость проекций;
 S – центр проецирования или полюс;
 A – пространственная проецируемая точка;
 SAA_1 – проецирующая прямая или проецирующий луч;
 A_1 – центральная проекция точки A на плоскости.

При выбранном центре S можно спроецировать любую точку пространства, например точку B , а следовательно и отрезок AB . Проецирующие лучи SA и SB образуют проецирующую плоскость.

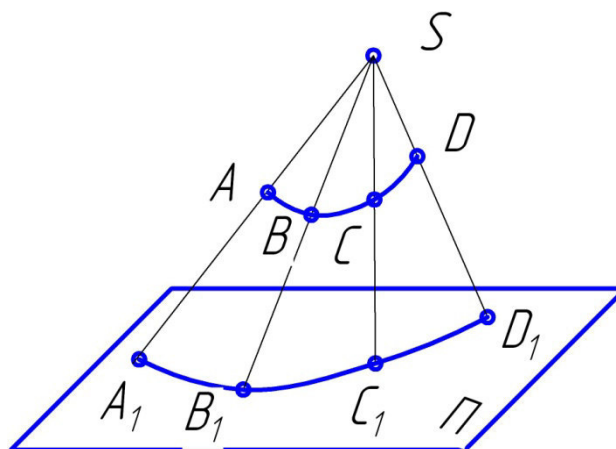
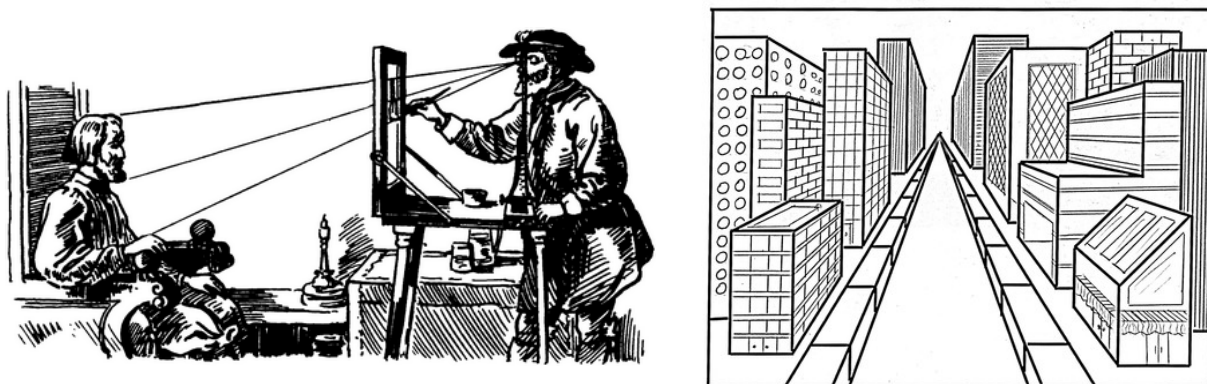


Рис. 1.2

На рис. 1.2 показано проецирование кривой. Проецирующие лучи, проходящие через точки A, B, C, D, образуют коническую поверхность, поэтому метод центральных проекций называется также методом конических проекций.

Ниже представлены примеры центрального проецирования.



1.2. ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Если центр проецирования отнести в бесконечно удалённую точку пространства, то все проецирующие лучи будут параллельными.

Чтобы выполнить проецирование в этом случае, надо задаться направлением проецирования, например по стрелке s (рис. 1.3). Такой метод называется методом параллельных проекций.

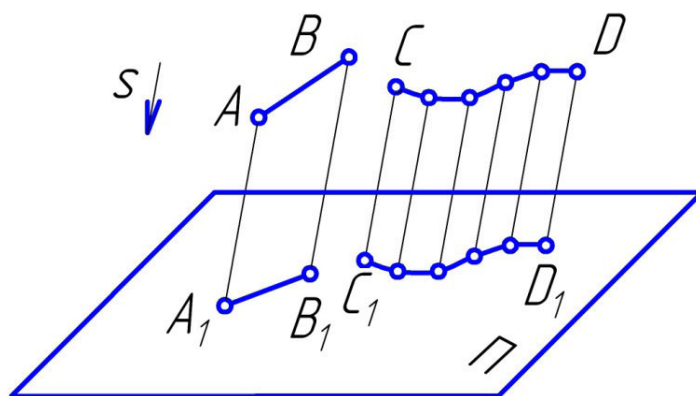


Рис.1.3

Параллельные проекции делятся на **косоугольные** и **прямоугольные** (ортогональные). В первом случае направление проецирования не перпендикулярно к плоскости проекций, а во втором проецирующие лучи перпендикулярны к плоскости проекций.

В дальнейшем будем в основном рассматривать параллельное прямоугольное проецирование.

1.3. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕКЦИРОВАНИЯ

1. Точка проецируется в точку (проекцией точки является точка).
2. Прямая, в общем случае, проецируется в прямую. Прямая, перпендикулярная плоскости проекций, проецируется в точку.
3. Если точка принадлежит прямой, то ее проекция принадлежит проекции прямой.
4. Пересекающиеся прямые в общем случае проецируются в пересекающиеся прямые. Это легко доказать, если для точки пересечения прямых применить свойство 3.
5. Параллельные прямые в общем случае проецируются в параллельные прямые.
6. Отрезок проецируется в отрезок. Отрезок, перпендикулярный плоскости проекций, проецируется в точку. Длина проекции отрезка равна длине отрезка, умноженной на косинус угла наклона отрезка к плоскости проекций (при проецировании на Π_1 : $|A_1B_1| = |AB| \cos \alpha$). Отрезок параллельный плоскости проекций проецируется на нее в параллельный и равный себе отрезок.
7. Отношение длин отрезков AB и CD , лежащих на параллельных прямых или на одной прямой, при проецировании не меняется.
8. Фигура, принадлежащая плоскости параллельной плоскости проекций, проецируется на плоскость проекций в равную ей фигуру (в натуральную величину).
9. Если две плоскости проекций параллельны, то проекции любой фигуры на эти плоскости равны.

1.4. ОБРАТИМОСТЬ ЧЕРТЕЖА

Если дана плоскость Π и пространственная точка A , то всегда можно построить её изображение, т.е. найти её проекцию как точку пересечения проецирующего луча AA_1 с плоскостью Π (рис. 1.4).

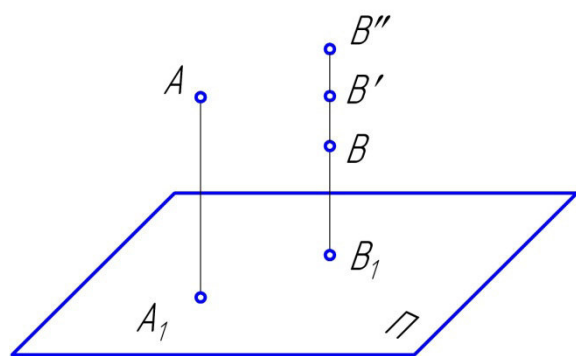


Рис. 1.4

Если же на плоскости Π задать проекцию точки, например B_1 , то по этой одной проекции нельзя определить положение пространственной точки B , так как на проецирующем луче будет множество точек, соответствующих проекции B_1 . Другими словами одна проекция не определяет положение точки в пространстве.

Чертежи должны выполняться так, чтобы по их проекционным изображениям можно было воссоздать в пространстве относительное положение любых точек изображаемого объекта.

Говорят, что чертёж должен обладать свойством обратимости, и правила выполнения изображения должны предусматривать как переход от пространственного предмета к его проекциям, так и обратно – от проекций к предмету.

Рассмотрим различные методы выполнения обратимых чертежей: *метод числовых отметок*, *метод векторных отметок* (предложен академиком Е.С. Фёдоровым, 1853 – 1919 г.г.), *метод аксонометрических проекций* и *метод Г.Монжа*.

Метод числовых отметок. При проецировании точки на одну плоскость, как было сказано, одна проекция не определяет положения точки в пространстве, но если кроме проекции задать ещё возвышение пространственной точки над плоскостью проекций, то положение точки вполне определяется и чертёж становится обратимым.

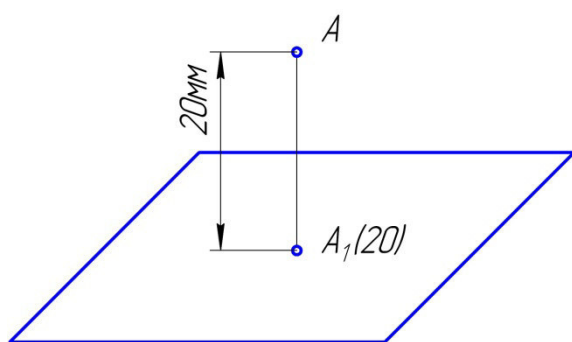


Рис. 1.5

Число, определяющее возвышение точки A над плоскостью проекций, называется числовой отметкой (рис. 1.5). Метод числовых отметок рассматривается в специальном разделе начертательной геометрии и применяется в геодезических, топографических чертежах для изображения профиля и рельефа местности.

Аксонометрические проекции.

Если предмет расположить в пространстве так, чтобы три его измерения (высота, длина, ширина) были ориентированы по трём координатным осям, а потом спроецировать вместе с осями на одну плоскость проекции параллельными проецирующими лучами,

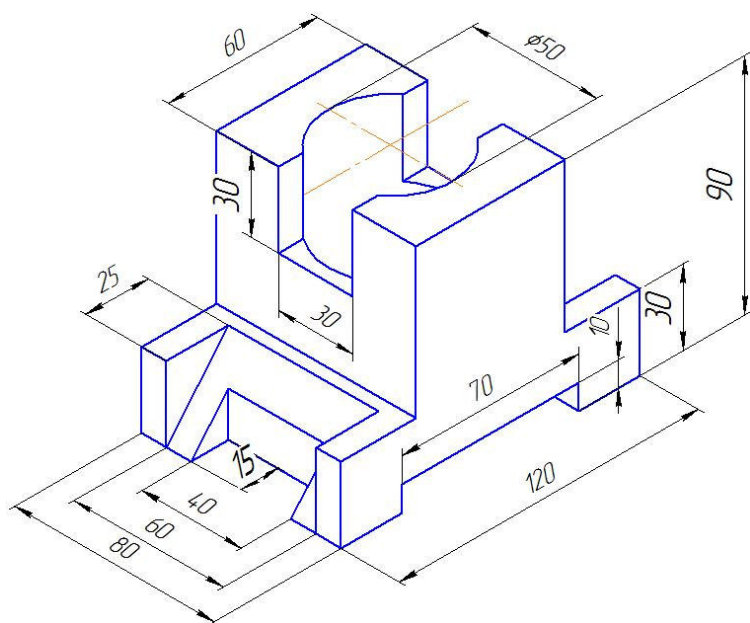


Рис. 1.6

то чертёж предмета в одной проекции будет объёмным и обратимым, так как на таком чертеже могут быть проставлены все размеры, необходимые для изготовления этого предмета (рис. 1.6). Более подробно аксонометрические проекции рассмотрим позже.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие виды проецирования вы знаете?
2. Раскрыть сущность центрального проецирования.
3. Раскрыть сущность параллельного проецирования.
4. Какой вид проецирования используется при построении машиностроительных чертежей?
5. Что означает понятие "обратимость чертежа"?
6. Что должно быть задано для осуществления метода проецирования?
7. В чем разница между центральным и параллельным методами проецирования?
8. В каком случае параллельную проекцию называют ортогональной?
9. Перечислите свойства ортогонального проецирования.
10. Какие существуют способы построения обратимых чертежей?

2. ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ. МЕТОД МОНЖА

2.1. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ НА ДВЕ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

Метод параллельного прямоугольного проектирования на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций является основным методом составления технических чертежей и называется методом Монжа. (Г.Монж – выдающийся французский геометр, инженер и политический деятель 1746 – 1818 г.г.)

Две взаимно перпендикулярные плоскости проекций (Π_1 - горизонтальная плоскость проекций; Π_2 - фронтальная плоскость проекций; $\Pi_1 \perp \Pi_2$;) пересекаются по прямой x , называемой осью проекций (чертежа) и делят пространство на 4 части или квадранта. Принятая нумерация квадрантов показана на рис. 2.1.

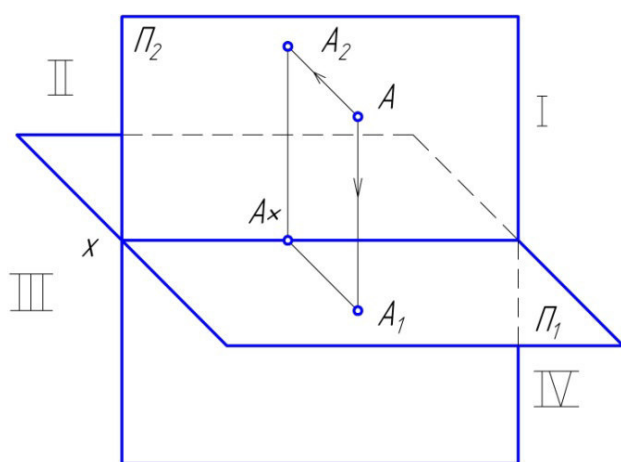


Рис. 2.1

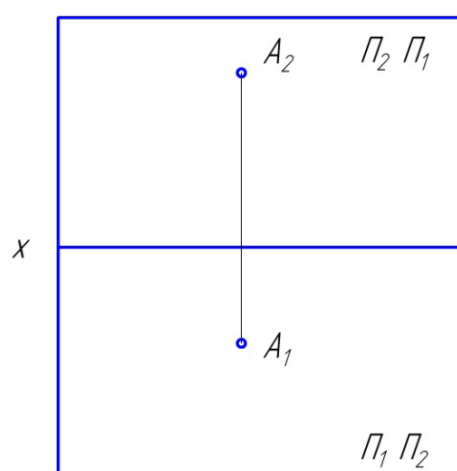


Рис. 2.2

В пространстве первого квадранта дана точка A . Опустив из неё перпендикуляры на плоскости Π_1 и Π_2 получим горизонтальную A_1 и фронтальную A_2 проекции точки A . Проецирующие лучи AA_1 и AA_2 определяют проецирующую плоскость $AA_1A_xA_2$, перпендикулярную к плоскостям проекций Π_1 и Π_2 и к оси x . Эта плоскость пересекает плоскости проекций по прямым A_1A_x и A_2A_x , из которых каждая перпендикулярна к оси x .

Две проекции A_1 и A_2 вполне определяют положение точки в пространстве, так как перпендикуляры, восстановленные из точек A_1 и A_2 плоскостей проекций Π_1 и Π_2 , пересекаются только в одной точке A .

Если плоскость Π_1 повернуть вокруг оси проекций на 90° , то плоскости Π_1 и Π_2 будут совмещены в одну и проекции точек A_1 и A_2 расположатся на одном перпендикуляре к оси x . Перпендикуляр $A_2A_xA_1$ называется линией проекционной связи.

При переходе к эпюру утрачивается пространственная картина расположения плоскостей проекций и точки. Но эпюр обеспечивает *точность* и *удобоизмеримость* при относительной *простоте* изображений.

Чтобы определить положение точки в пространстве, задают ее координаты. *Координатами точки* называются расстояния от точки до плоскостей проекций: x - ширина (*абсцисса*); y - глубина (*ордината*); z - высота (*аппликата*). Задание точки выглядит так: $A(x,y,z)$ или $A(20,15,45)$.

Изображение точки A двумя проекциями на совмещённых плоскостях проекций называется *эпюром* или *комплексным чертежом* (рис. 2.2).

Очевидно, что на эпюре расстояние A_2A_x определяет возвышение точки A над плоскостью проекций Π_1 , а A_1A_x определяет расстояние пространственной точки A от фронтальной плоскости проекций Π_2 .

Точка может быть расположена в любом из четырёх квадрантов, как это показано в пространственном изображении и на эпюре для точек A, B, C, D (рис. 2.3).

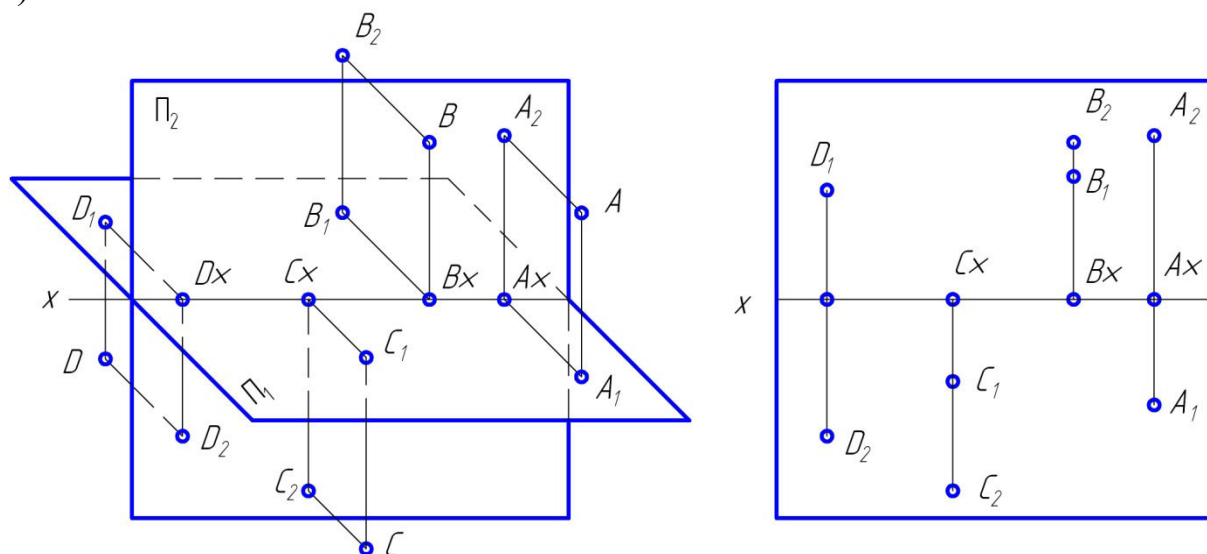


Рис. 2.3

2.2. ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ НА ТРИ ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПЛОСКОСТИ

Не всегда для определения предмета достаточно двух плоскостей проекций, часто необходимо ввести еще одну плоскость проекций Π_3 , называемую *профильной*. Три взаимно перпендикулярные плоскости проекций – горизонтальная Π_1 , фронтальная Π_2 и профильная Π_3 – пересекаются по трём осям проекций x , z , y и образуют при этом 8 трёхгранных углов, называемых *октантами*.

На рис. 2.4 изображена точка A в первом октанте и показаны её три проекции: горизонтальная A_1 , фронтальная A_2 и профильная A_3 . Чтобы получить комплексный чертёж (эпюр), надо все три плоскости проекций совместить в одну путём вращения плоскости Π_1 вокруг оси x и плоскости Π_3 вокруг оси z до совмещения с неподвижной плоскостью Π_2 в направлении стрелок, показанных на рис. 2.4. При этом оси x и z остаются в неизменном положении, а ось y при вращении плоскости Π_1 вокруг оси x совместится с осью z , а при вращении плоскости Π_3 вокруг оси z совместится с осью x .

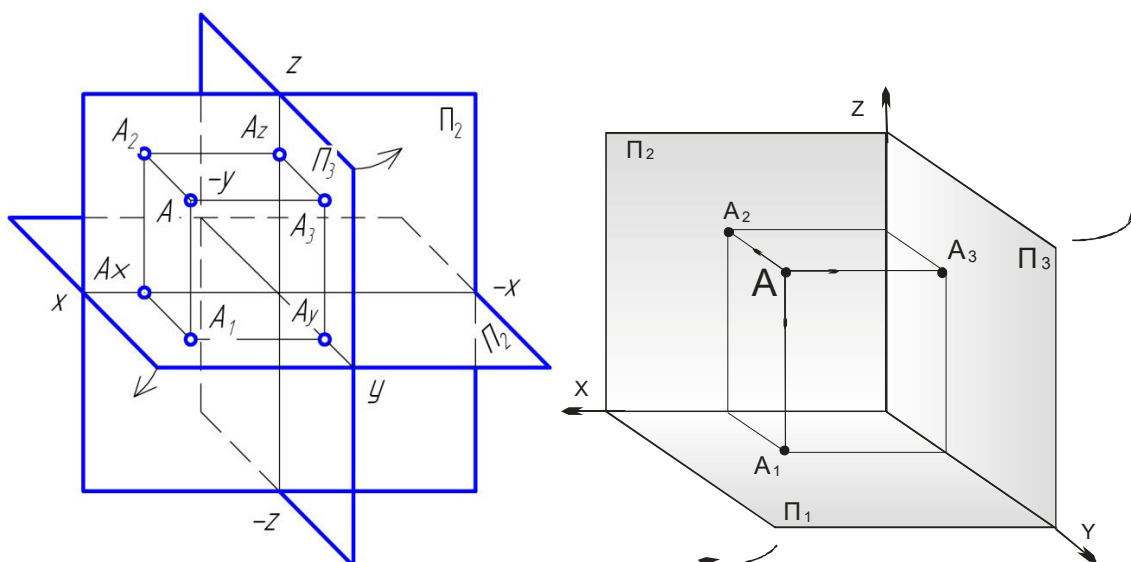


Рис. 2.4

На рис. 2.5 изображён эпюр точки A в первом октанте. На эюре все три проекции точки взаимно связаны. В системе плоскостей проекций $\frac{\Pi_2}{\Pi_1}$ горизонтальная проекция A_1 и фронтальная A_2 расположены на линии связи $A_2A_xA_1$, перпендикулярной к оси x . В системе $\frac{\Pi_2}{\Pi_3}$ фронтальная проекция A_2 и профильная A_3 расположены на линии связи $A_2A_zA_3$, перпендикулярной к оси z . Тогда горизонтальная проекция A_1 и профильная A_3 будут связаны ломаной линией связи $A_1A_yA_y^1A_3$, причём, как видно из рис. 2.4, расстояние точки A от плоскости проекций $\Pi_2 - AA_2$ равно расстоянию горизонтальной проекции A_1 от оси x и равно также расстоянию профильной проекции A_3 от оси z , т.е. $AA_2 = A_1A_x = A_3A_z$. Отсюда определяется правило построения на эюре профильной проекции точки A_3 по двум данным проекциям A_1 и A_2 .

Чтобы найти на эюре профильную проекцию точки, надо из горизонтальной проекции A_1 опустить перпендикуляр на ось y , совмещённую с осью z , полученную точку поворотом перенести на ось y^1 , совмещённую с осью x , и затем восстановить перпендикуляр до пересечения уровня фронтальной проекции (рис. 2.5). Можно также воспользоваться биссектрисой угла UOX или ППЧ (постоянной прямой чертежа), как это показано на рис. 2.6.

Но проще и точнее построение профильной проекции точки выполнить так: из проекции A_2 провести линию связи перпендикулярно к оси z и на ней отложить от оси z расстояние A_zA_3 равное расстоянию горизонтальной проекции A_1 от оси x , т.е. A_1A_x (рис. 2.7).

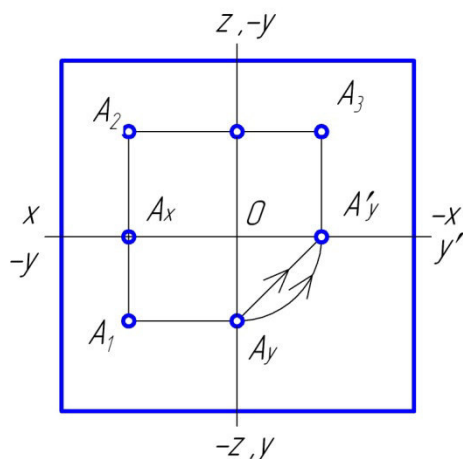


Рис. 2.5

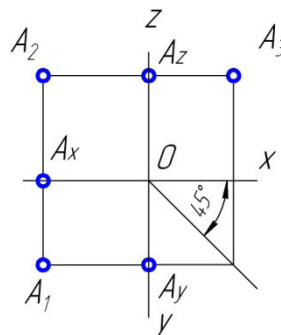


Рис. 2.6

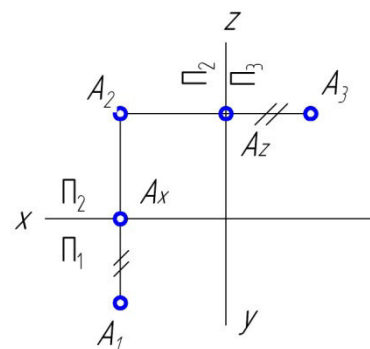


Рис. 2.7

2.3. ПОСТРОЕНИЕ ПРОЕКЦИИ ТОЧКИ ПО КООРДИНАТАМ

Положение точки в пространстве относительно плоскостей проекций может быть задано её координатами. Оси проекций можно принять за систему координатных пространственных осей с началом координат в точке O (рис. 2.8). Тогда три координаты: по оси x – абсцисса, по оси y – ордината и по оси z – аппликата составят трёхзвенную ломаную линию OA_x , A_xA_1 и A_1A , вполне определяющую положение точки A .

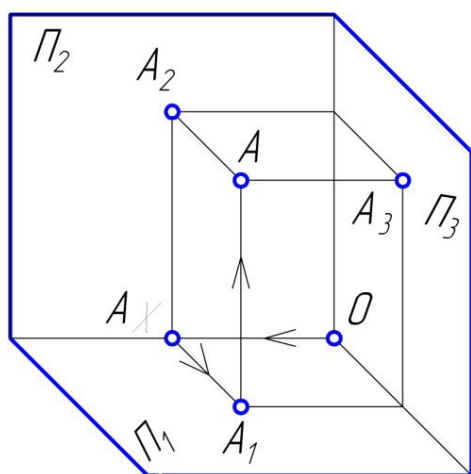


Рис. 2.8

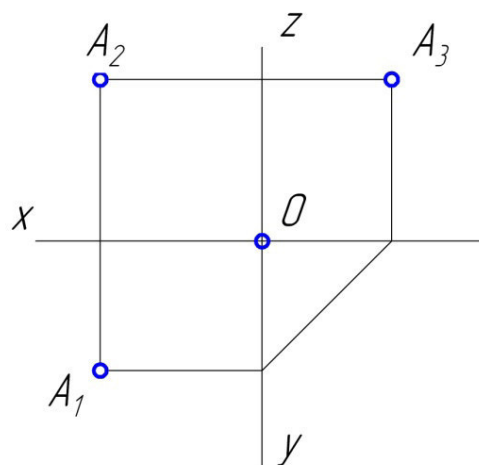


Рис. 2.9

По координатам можно строить эпюр точки в проекциях. Горизонтальная проекция A_1 определяется абсциссой OA_x и ординатой A_xA_1 , фронтальная проекция A_2 – абсциссой OA_x и аппlikатой A_xA_2 и профильная A_3 – ординатой и аппlikатой (рис. 2.9).

2.4. ТОЧКИ ОБЩЕГО И ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

По отношению к плоскостям проекций точка может занимать общее положение, т.е. находиться вне каждой из них, и частное положение – принадлежать одной из этих плоскостей проекций или сразу двум плоскостям проекций.

Если точка лежит в одной из плоскостей проекций, то одна из ее координат равна 0, т.е. одна из проекций находится на соответствующей оси проекций.

На рис. 2.10 точка $A \in \Pi_2$, т.к. $y_A = 0$, точка $B \in \Pi_1$, т.к. $z_B = 0$. Точка E принадлежит плоскостям Π_2 и Π_1 , т.к. $y_C = z_C = 0$.

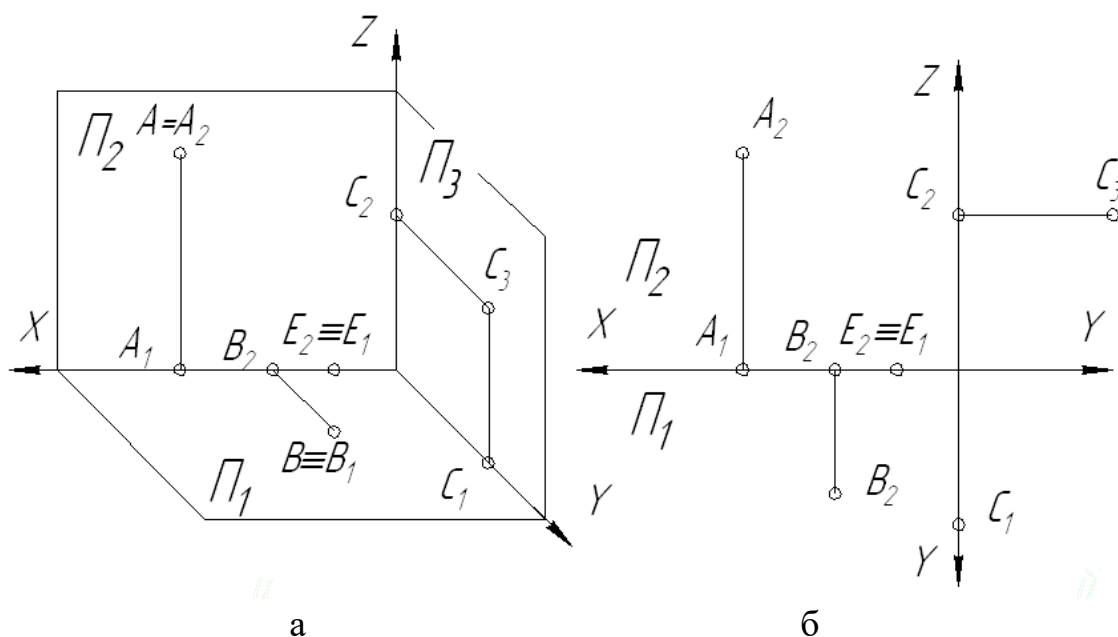


Рис. 2.10

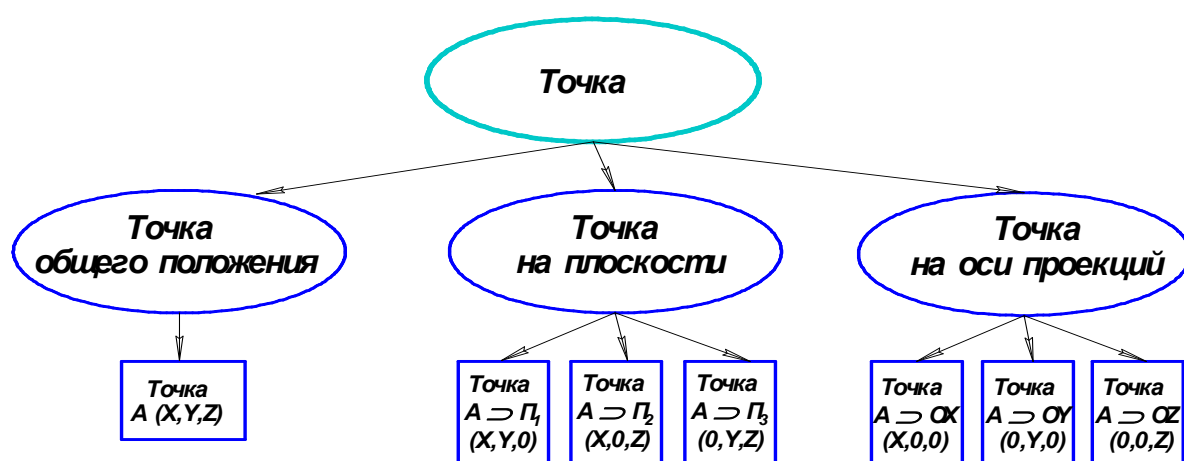


Рис. 2.11

2.5. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧЕК

Взаимное положение точек подразумевает под собой понятия левее - правее (широта x), ближе – дальше (перед – за) (глубина y) и выше – ниже (над – под) (высота z). **Например** (рис.2.12):

Точки В и С расположены выше точки А.

Точки В и С расположены ближе точки А.

Точка В выше точки С и точка В расположена над точкой С.

Проекции точек В и С на Π_1 совпадают и т.к. точка С находится под точкой В, то С является невидимой на Π_1 и ее обозначение включает в себя круглые скобки.

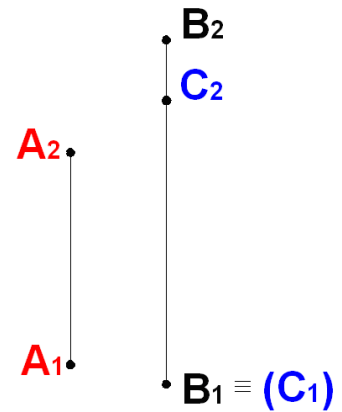


Рис.2.12

2.6 БЕЗОСНЫЙ ЧЕРТЁЖ

Если совмещённые плоскости Π_1 и Π_2 перемещать параллельно самим себе на произвольные расстояния (см. положение осей x_{12} , x_{12}^1 , x_{12}^{11} на рис. 2.13), то будут меняться расстояния от фигуры до плоскостей проекций.

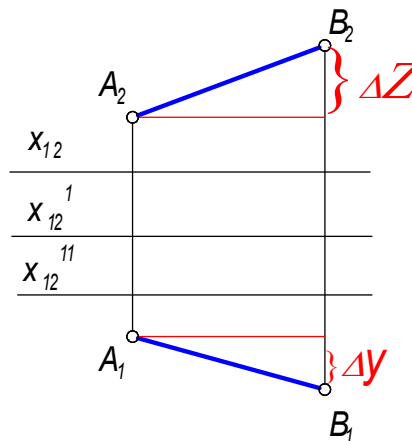


Рис. 2.13

Однако, сами проекции фигуры (в данном случае - отрезка AB) при параллельном перемещении плоскостей проекций не меняются (согласно 7 свойству параллельного проецирования).

Из рис. 2.13 видно, что при любом положении оси x , величины ΔZ - разность расстояний от концов отрезка до Π_1 , и Δy -разность расстояний от концов отрезка до Π_2 , остаются неизменными. Поэтому нет необходимости указывать положение оси x_{12} на комплексном чертеже и тем самым предопределять положение плоскостей проекций Π_1 и Π_2 в пространстве.

Это обстоятельство имеет место в чертежах, применяющихся в технике, и такой чертёж называется **безосным**.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется линиями связи, и как они располагаются относительно осей проекций?
2. Какими координатами определяется расстояние от точки до плоскостей проекций Π_1 , Π_2 , Π_3 ?
3. Кто является основоположником начертательной геометрии?
4. Что такое проекция точки?
5. Как называются основные плоскости проекций?
6. Какой чертёж называется комплексным?
7. Как на эюре Монжа определить расстояние от точки до плоскости проекций?

3. ПРЯМАЯ ЛИНИЯ

3.1. ЗАДАНИЯ ПРЯМОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ.

Следующим по сложности построения проекций после точки геометрическим объектом является прямая линия.

Поскольку положение прямой в пространстве однозначно определяется двумя точками, то и для определения положения проекций прямой также достаточно построить проекции двух точек. Поэтому для построения проекций прямой можно использовать все правила, касающиеся проецирования точки.

Для построения проекций отрезка прямой достаточно задать проекции двух его точек A и B (рис. 3.1).

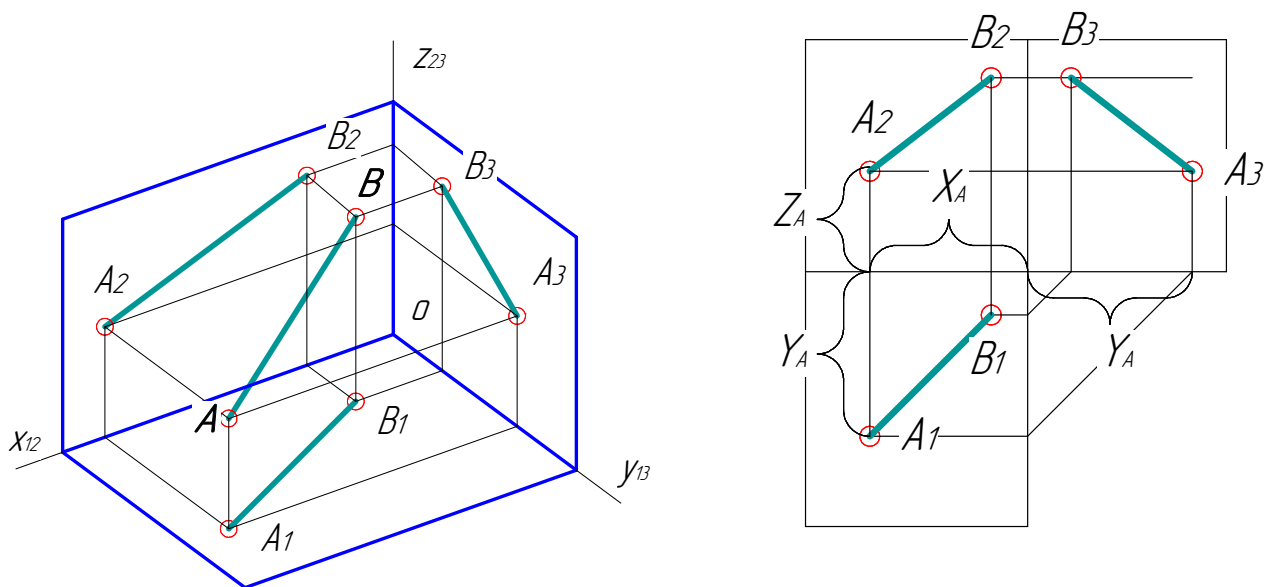


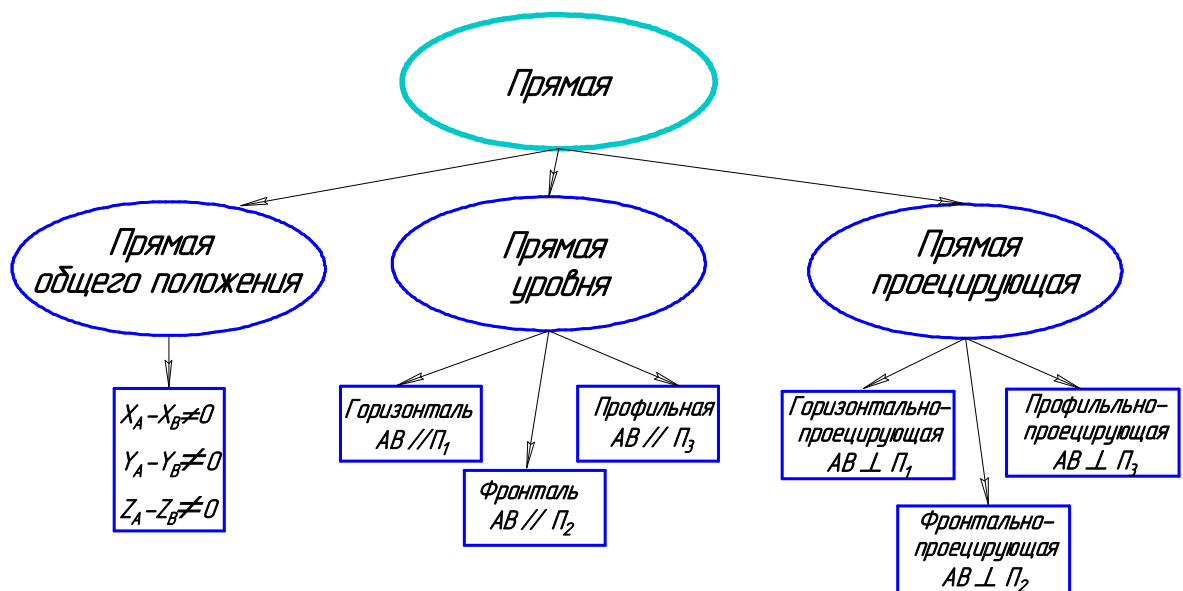
Рис. 3.1

3.2. ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

В зависимости от положения прямой по отношению к плоскостям проекций она может занимать как общее, так и частные положения.

Отрезок $[AB]$ на рис. 3.1 наклонен ко всем трём плоскостям проекций и называется отрезком **общего положения**. Если прямая линия не параллельна и не перпендикулярна не к одной из основных плоскостей проекций, то эту прямую называют прямой общего положения.

Соответственно, прямые **частного положения** параллельны или перпендикулярны к основным плоскостям проекций. Все прямые частного положения образуют две группы: прямые уровня и проецирующие прямые.



Прямые уровня - это прямые, параллельные одной из плоскостей проекций. Одна проекция такой прямой всегда параллельна оси координат, а другая проецируется в натуральную величину (рис. 3.2 а, б, в). Углы наклона таких прямых к плоскостям проекций проецируются в натуральную величину: φ_1 – угол наклона к плоскости Π_1 , φ_2 – угол наклона к плоскости Π_2 .

Горизонталь обозначают буквой h , фронталь – f , профильную прямую – p .

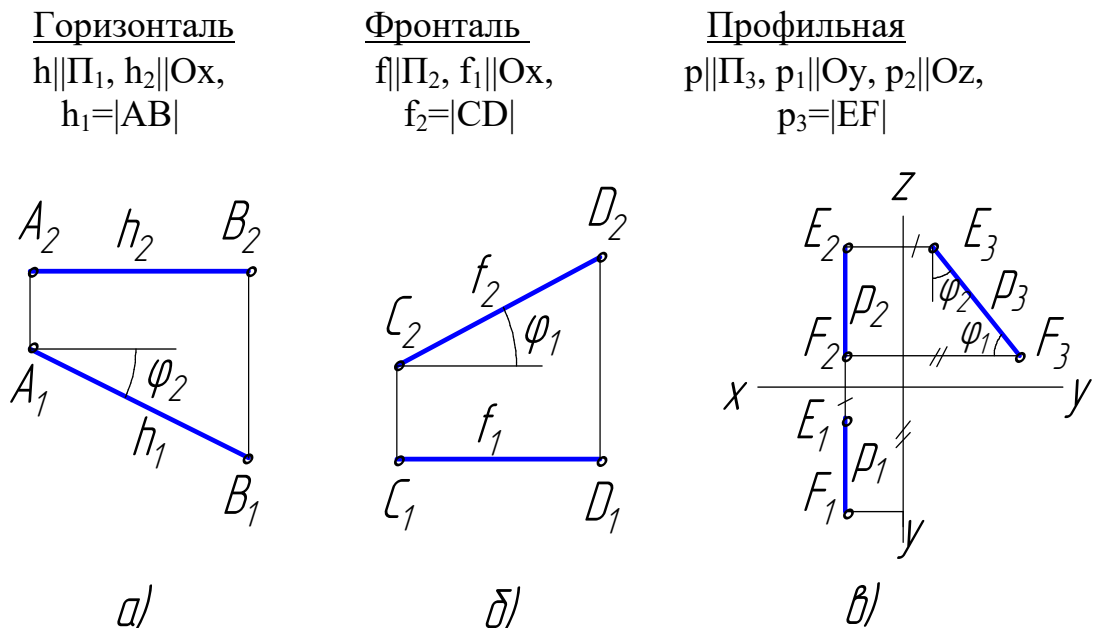
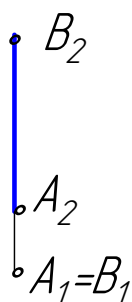


Рис. 3.2

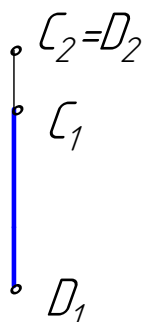
Проецирующие прямые - это прямые, перпендикулярные одной плоскости проекций (рис. 3.3 а, б, в). Одна проекция этих прямых вырождается в точку, а другие – изображаются в натуральную величину.

Горизонтально-проецирующая $\perp \Pi_1$



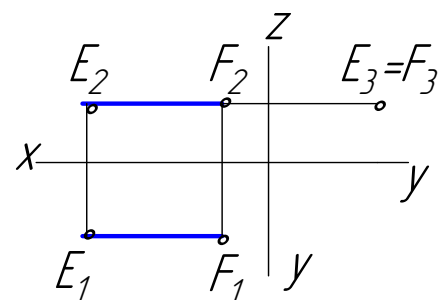
а/

Фронтально-проецирующая $\perp \Pi_2$



б/

Профильно-проецирующая $\perp \Pi_3$



в/

Рис. 3.3

3.3. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ

Прямые в пространстве могут быть параллельными, пересекаться или скрещиваться.

Параллельные прямые. Из свойств параллельного проецирования следует, что если в пространстве две прямые параллельны, то на чертеже их одноимённые проекции также параллельны. Справедливо и обратное заключение. Поэтому отрезки прямых АВ и СД, изображённые на эюре (рис. 3.4) параллельны, так как их одноимённые проекции параллельны.

Если отрезки профильные, то параллельность их следует проверить по профильным проекциям.

Как видно из рис. 3.5, отрезки АВ и СД не параллельны, хотя их фронтальные и горизонтальные проекции параллельны.

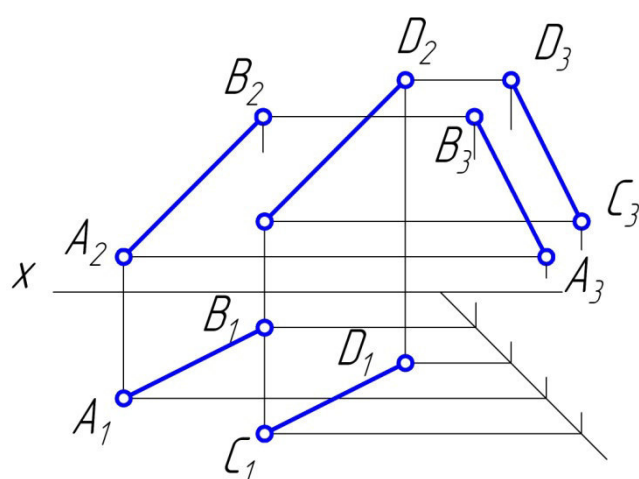


Рис. 3.4

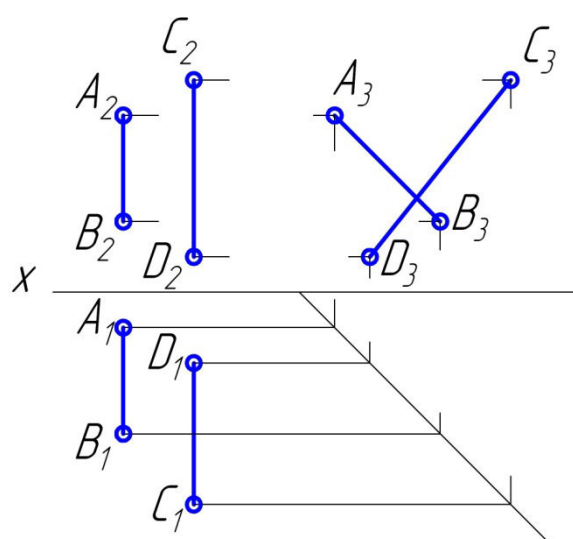


Рис. 3.5

Пересекающиеся прямые. Если в пространстве две прямые пересекаются, то на эюре их одноимённые проекции также пересекаются и точки пересечения проекций являются проекциями пространственной точки пересечения прямых, т.е. лежат на одних линиях связи. На рис. 3.6 изображён эюр пересекающихся отрезков АВ и CD.

Если прямые не параллельны и не пересекаются, то они *скрещиваются*.

На рис. 3.7 дан эюр скрещивающихся отрезков. Общей точки они не имеют, так как точки пересечения их одноимённых проекций не связаны проекционно.

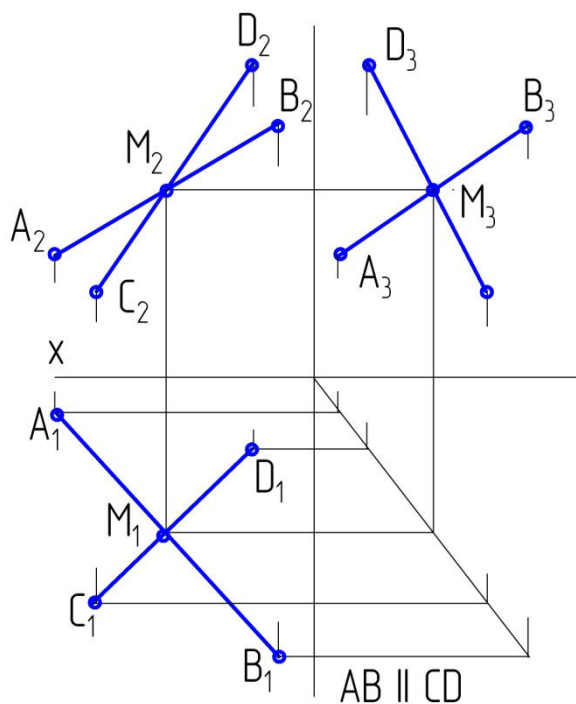


Рис. 3.6

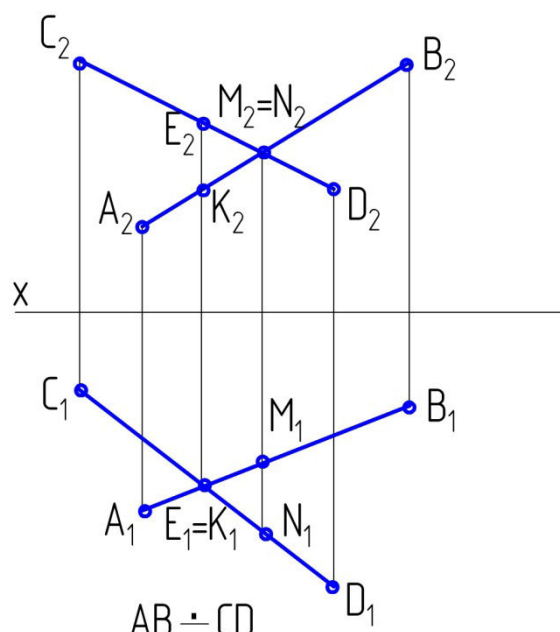


Рис. 3.7

3.4. КОНКУРИРУЮЩИЕ ТОЧКИ

У скрещивающихся прямых на одной из проекций совпадают проекции двух точек, поэтому одна из совпадающих точек становится закрытой. Такие точки еще называют конкурирующими - расположенные на одном проецирующем луче, перпендикулярном к плоскости проекций. (рис. 3.8).

1 и 2 ($1_2=2_2$) - фронтально-конкурирующие точки;

3 и 4 ($3_1=4_1$) - горизонтально-конкурирующие точки.

Из двух горизонтально-конкурирующих точек на чертеже видимой будет та, фронтальная проекция которой расположена выше; из двух фронтально-конкурирующих точек видимой будет та, горизонтальная проекция которой будет ниже. Точки 2 и 3 – закрытые, 1 и 4 – открытые.

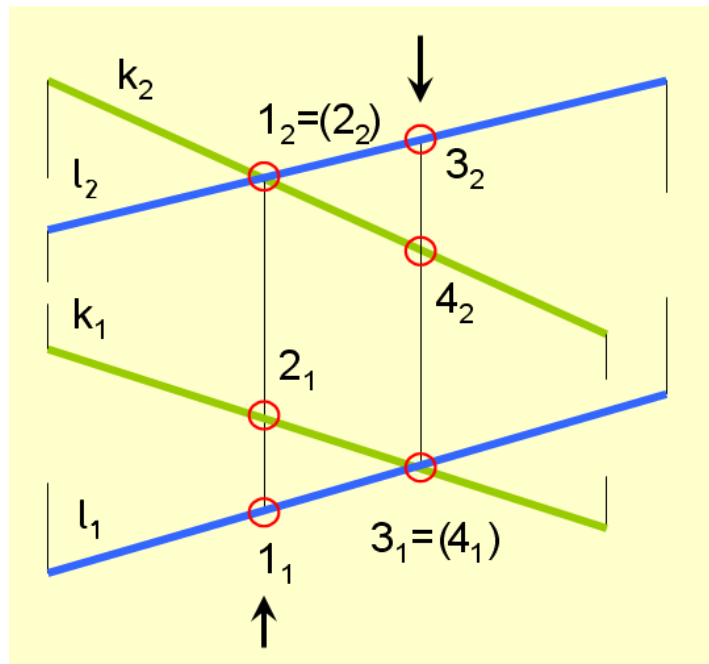


Рис. 3.8

3.5. ПРОЕКЦИИ ПЛОСКИХ УГЛОВ.

Любой острый или тупой угол проецируется на плоскость проекций в натуральную величину, если обе стороны его параллельны плоскости проекций.

При проецировании **прямого угла** на какую-либо плоскость проекций в натуральную величину необходимо и достаточно, чтобы хоть одна из сторон его была параллельна плоскости проекций.

Пусть угол ABC прямой (рис. 3.9) и обе стороны его AB и BC параллельны плоскости проекций Π_1 . На эту плоскость угол проецируется без искажения в

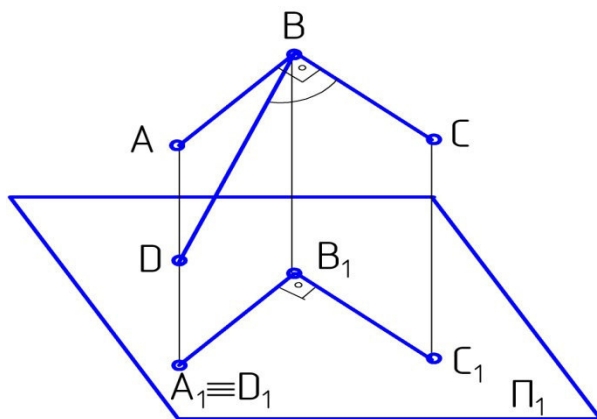


Рис. 3.9

прямой угол $A_1B_1C_1$. Если в плоскости ABB_1A_1 , перпендикулярной к плоскости Π_1 , провести прямую BD , то угол DBC будет прямым, так как $BC \perp$ к плоскости ABB_1A_1 , а следовательно и к BD .

Таким образом, прямой угол DBC , у которого только одна сторона BC параллельна плоскости Π_1 , проецируется на эту плоскость без искажения в прямой угол $D_1B_1C_1$.

3.6. СЛЕДЫ ПРЯМОЙ

Прямая общего положения пересекает все основные плоскости проекций. Точку пересечения (встречи) прямой с плоскостью проекций называют следом прямой. В зависимости от того, с какой плоскостью проекций происходит встреча прямой l , следы обозначают и называют: H_l – горизонтальный след прямой l ; F_l – фронтальный след прямой l . H_l^1 ; H_l^2 ; F_l^1 ; F_l^2 – соответственно горизонтальная и фронтальная проекции следов H_l и F_l . Следует иметь в виду, что $H_l \equiv H_l^1$; $F_l \equiv F_l^2$.

Правило нахождения следов прямой (рис. 3.10). Горизонтальный след – точка, принадлежащая как прямой l , так и плоскости проекций Π_1 ($H_l = l \cap \Pi_1$), поэтому $H_l^2 \in l_2$ и $H_l^2 \in x$, следовательно, $H_l^2 = l_2 \cap x$. Горизонтальная проекция $H_l^1 \in l_1$, (так как $H_l \in l$). Поэтому для нахождения горизонтального следа прямой необходимо:

1. Отметить точку пересечения фронтальной проекции прямой с осью x ($l_2 \cap x = H_l^2$).

2. Через полученную точку провести прямую a , перпендикулярную оси x ($a \perp x$).

3. Пересечение перпендикуляра a с горизонтальной проекцией прямой укажет положение горизонтального следа H ($a \cap l_1 = H_l$).

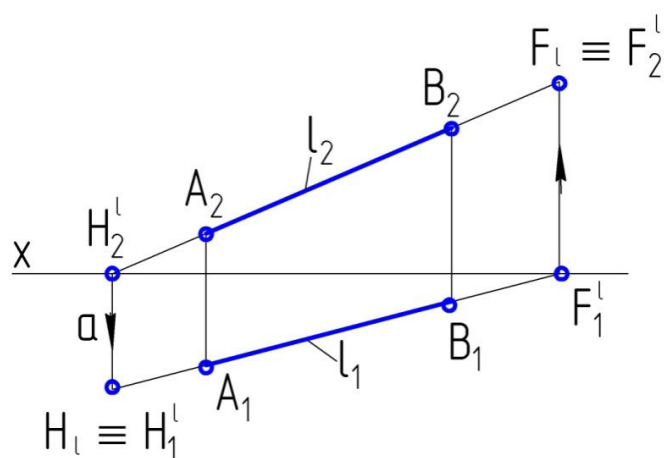


Рис. 3.10

Таким образом, алгоритм определения горизонтального следа прямой l может быть записан:

$$H_l = (l_2 \cap x = H_l^2); (a \perp x, H_l^2 \in a); a \cap l_1.$$

Для определения фронтального следа прямой вместо $l_2 \cap x$ выполняется операция $l_1 \cap y = F_l^1$, а прямая $a^1 \perp y$ проводится через точку F_l^1 . Последняя операция заключается в нахождении $F_l^2 = a^1 \cap l_2$.

3.7. ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ТОЧКИ

Точка принадлежит прямой, если её проекции лежат на одноименных проекциях прямой. Например: точка K принадлежит прямой l (рис. 3.11). Если только одна проекция точки лежит на одноименной проекции прямой, то такая точка расположена либо за прямой – точка A , либо перед прямой – точка B , либо над (выше) – точка D , либо под (ниже) прямой – точка E . Каждой из указанных точек можно противопоставить конкурирующую с ней точку прямой l . Решение задач о видимости связано с определением видимости точек элемента, проекции которых наложены. Рассмотрим относительное положение точки F и прямой l (рис. 3.11). Точка F находится над и перед прямой l , ни одна точка прямой l не конкурирует с ней в вопросе видимости.

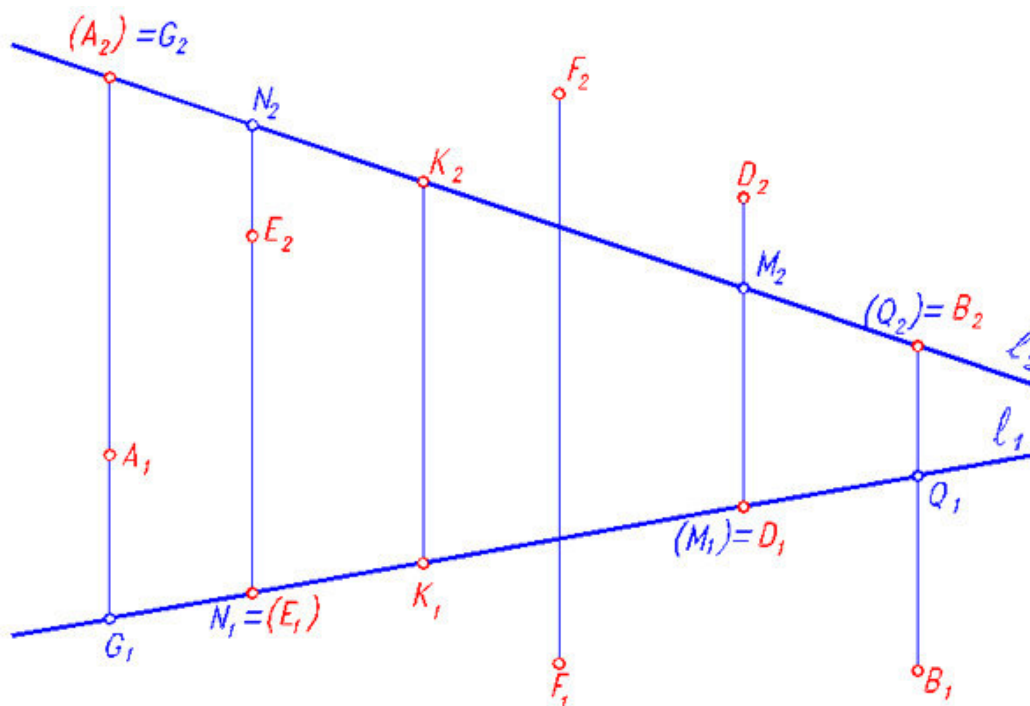


Рис. 3.11

3.8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ И УГЛОВ НАКЛОНА ЕГО К ПЛОСКОСТЯМ ПРОЕКЦИЙ СПОСОБОМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Натуральная величина отрезка прямой определяется как гипотенуза прямоугольного треугольника, один катет которого равен проекции отрезка на заданную плоскость проекций, а другой равен разности расстояний от концов отрезка до этой же плоскости. Угол наклона прямой к плоскости проекций равен углу между натуральной величиной прямой и ее проекцией на эту плоскость (рис. 3.12).

Пример. Определить натуральную величину отрезка АВ и угол наклона его к горизонтальной плоскости проекций Π_1 (рис. 3.13). $|AB|=?$ $\varphi_1=?$

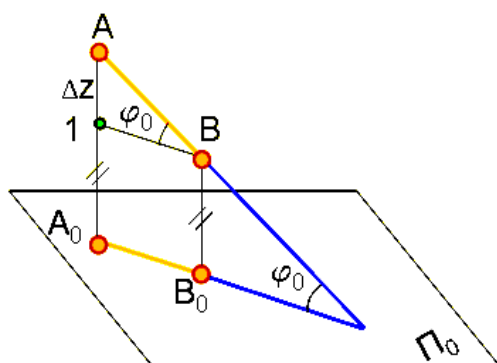


Рис. 3.12

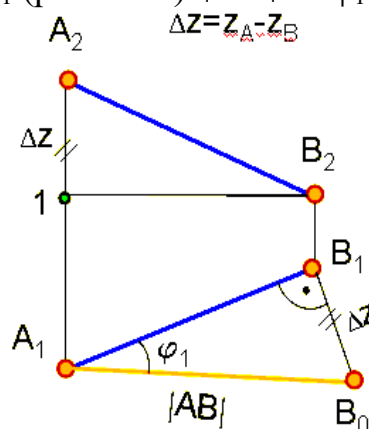


Рис. 3.13

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как могут быть расположены прямые относительно плоскостей проекций? По каким признакам можно определить на комплексном чертеже расположение прямой относительно плоскостей проекций?
2. Что представляет собой прямая общего положения?
3. В каких случаях длина проекции отрезка равна длине самого отрезка? Перечислите прямые, которые проецируются без искажения на Π_1 , на Π_2 .
4. Как обозначаются углы наклона прямой к плоскостям проекций? Углы наклона, каких прямых изображаются на комплексном чертеже без искажения?
5. В чём заключается характерное отличие между прямыми уровня и проецируемыми прямыми? (Примеры)
6. Как расположены проекции точки, которая принадлежит прямой?
7. Как на чертеже изображают две параллельные прямые?
8. Какому требованию должны удовлетворять пересекающиеся прямые?
9. Какие прямые называют скрещивающимися?
10. Как определяют видимость точек двух скрещивающихся прямых?
11. В каких случаях прямой угол проецируется без искажения?
12. Сформулировать правило определения натуральной величины отрезка общего положения методом прямоугольного треугольника .
13. Каким образом находится угол наклона отрезка общего положения к плоскости проекций Π_1 ?
14. Каким образом находится угол наклона прямой общего положения к плоскости проекций Π_2 ?
15. Чему равняется действительная длина отрезка прямой общего положения и как она определяется на чертеже?
16. На какой проекции строят прямоугольный треугольник, если нужно определить угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций Π_1 - α ; к фронтальной плоскости проекций Π_2 - β ?

4. ПЛОСКОСТЬ

4.1. ЗАДАНИЕ ПЛОСКОСТИ НА ЧЕРТЕЖЕ

Следующим геометрическим объектом по сложности после точки и прямой является плоскость. Плоскость - простейшей поверхность.

Для задания плоскости на чертеже достаточно указать проекции:

- трёх различных, не принадлежащих одной прямой точек (рис. 4.1а);
- прямой и не принадлежащей ей точки (рис. 4.1 б);
- двух прямых, пересекающихся в пространстве (рис. 4.1в);
- двух прямых, параллельных в пространстве (рис. 4.1г);
- плоскость может быть также задана проекциями отсека плоской фигуры Φ (рис. 4.1д).

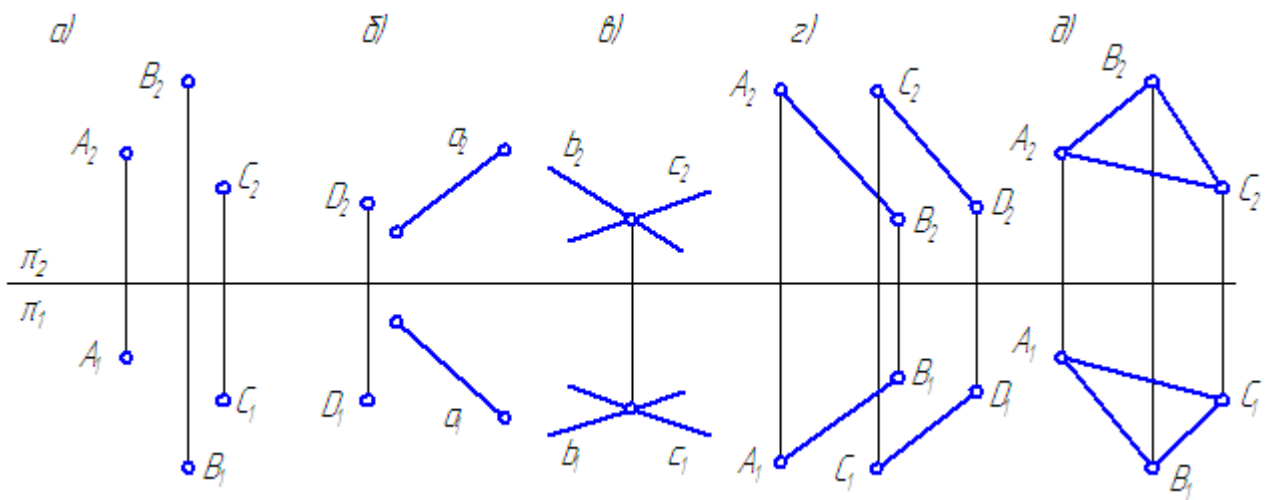


Рис. 4.1

Каждое из названных заданий может быть преобразовано в другое. В некоторых случаях бывает целесообразно задавать плоскость не произвольными пересекающимися прямыми, а прямыми, по которым эта плоскость пересекает плоскости проекций. Такой вариант задания плоскости называется *заданием плоскости следами*.

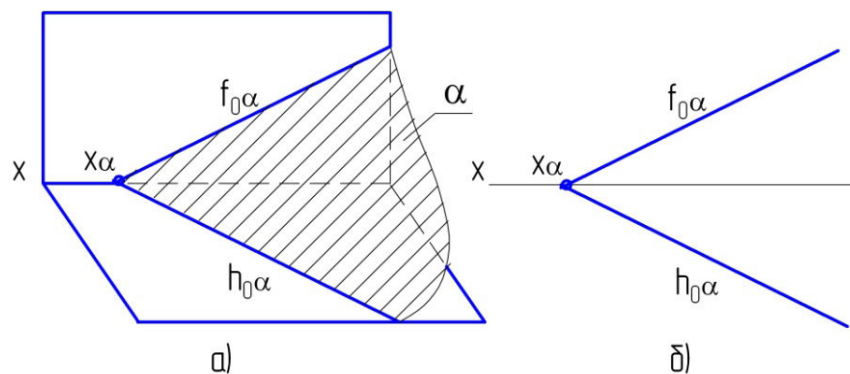


Рис. 4.2

На рис. 4.2 а показана плоскость α . Эта плоскость пересекает ось проекций в точке X_α , а плоскости проекций по прямым $h_{\alpha\alpha}$, $f_{\alpha\alpha}$. Прямую, по которой плоскость пересекает плоскость проекций, называют *следом плоскости*. При этом различают:

$h_{\alpha\alpha} = \alpha \cap \Pi_1$ – горизонтальный след плоскости α ;

$f_{\alpha\alpha} = \alpha \cap \Pi_2$ – фронтальный след плоскости α .

Точку $X_\alpha = x \cap \alpha$ пересечения оси x с плоскостью α называют *точкой схода следов* (в этой точке сходятся два следа). На рис. 4.2 б показано задание плоскости следами.

Следы плоскости всегда совпадают со своей одноименной проекцией на эту плоскость, а другие проекции этих следов лежат на осях координат. На чертеже обозначают только горизонтальные, фронтальные и профильные следы, а их проекции на осях координат не обозначают.

4.2. ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Плоскости разделяют на плоскости *общего положения* и *частного*.

Плоскость, не параллельная и не перпендикулярная ни одной из плоскостей проекций, называется *плоскостью общего положения* (см. рис. 4.2) (*сравнить с прямой*). Кроме рассмотренного общего случая плоскость по отношению к плоскостям проекций может занимать частные положения:

К плоскостям *частного* положения относятся плоскости *уровня* и *проецирующие* плоскости.

Плоскости уровня (рис. 4.3 а, б, в) параллельны одной плоскости проекций. Все элементы, лежащие в этих плоскостях, на одну плоскость проекций проецируются в натуральную величину.

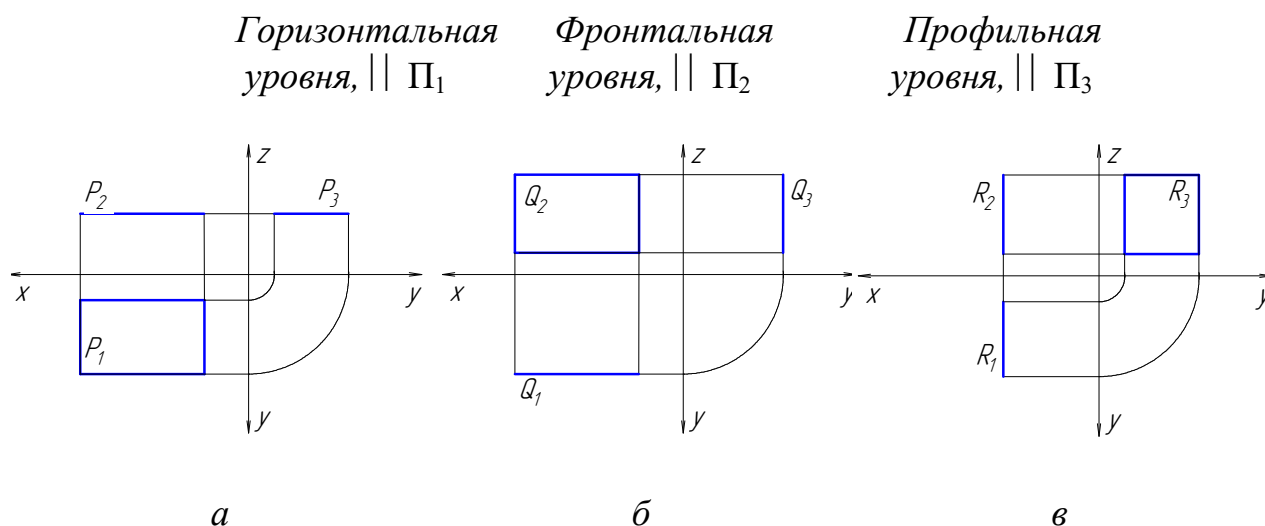
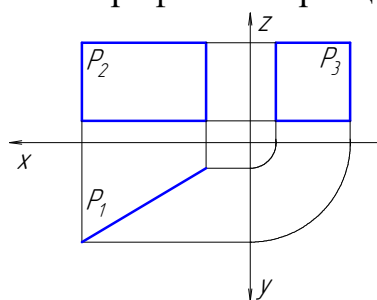


Рис. 4.3 Плоскости уровня

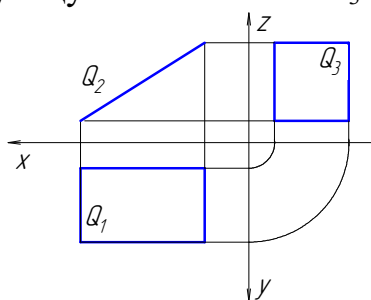
Проецирующие плоскости перпендикулярны к одной из плоскостей проекций; один *след* таких плоскостей вырождается в *прямую линию* (*проецирующий след*), и все элементы, лежащие в этих плоскостях, сливаются с проециру-

ющим следом. На чертеже угол между проецирующим следом плоскости и плоскостью проекций изображается в натуральную величину (рис. 4.4, а, б, в).

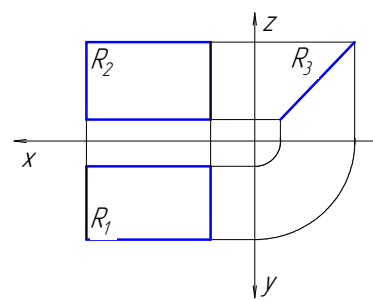
1. Горизонтально-проецирующую плоскость $\perp \Pi_1$.
2. Фронтально-проецирующую плоскость $\perp \Pi_2$.
3. Профильно-проецирующую плоскость $\perp \Pi_3$.



$P \Pi_1$ –
горизонтально-
проецирующая
плоскость



$Q \Pi_2$ –
фронтально-
проецирующая
плоскость



$R \Pi_3$ –
профильно-
проецирующая
плоскость

Рис. 4.4 Проецирующие плоскости

4.3 ПРЯМАЯ И ТОЧКА В ПЛОСКОСТИ

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой, лежащей в этой плоскости.

Прямая принадлежит плоскости если:

- а) прямая проходит через две точки, лежащие в этой плоскости;
- б) прямая проходит через точку и параллельна прямой, лежащим в этой плоскости.

Пример. Построить горизонтальную проекцию точки K (K_2), принадлежащей плоскости треугольника ABC . (рис. 4.5). $K \in \alpha(ABC)$; $K_2 \in A_2I_2$; $K_1 \in A_1I_1$.

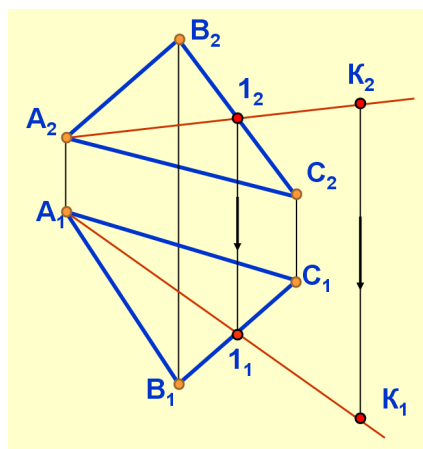


Рис.4.5

4.4. ГЛАВНЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

К ним относятся:

1. Горизонталь – прямую, принадлежащую плоскости и параллельную горизонтальной плоскости проекций.

2. Фронталь – прямую, принадлежащую плоскости и параллельную фронтальной плоскости проекций.

3. Линию наибольшего наклона – прямую, принадлежащую плоскости и перпендикулярную к горизонтали или фронтالي этой плоскости.

Горизонталью плоскости называется прямая, принадлежащая плоскости и параллельная плоскости проекций Π_1 . Фронтальная проекция горизонтали h_2 всегда параллельна оси Ox . *Фронталью плоскости* называется прямая, принадлежащая плоскости и параллельная плоскости проекций Π_2 . Горизонтальная проекция фронтали f_1 всегда параллельна оси Ox . На рис. 4.6 горизонталь и фронталь построены в треугольнике ABC .

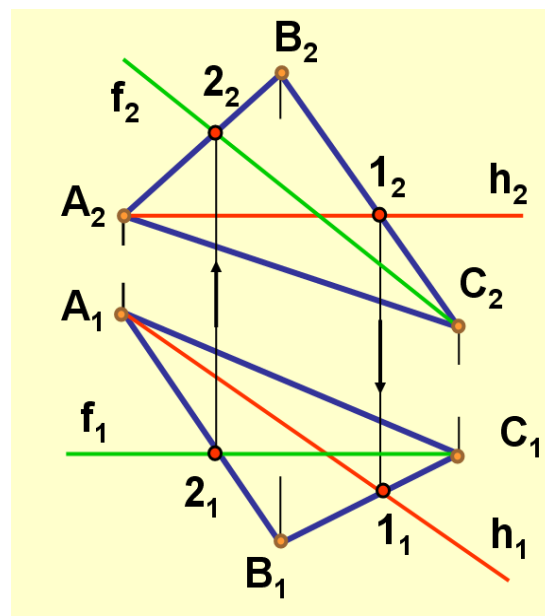


Рис. 4.6

На рис. 4.7а показаны горизонталь h и фронталь f плоскости α . Из рисунков 4.7б и 4.7в видно, что горизонталь плоскости параллельна её горизонтальному следу, а фронталь – фронтальному следу.

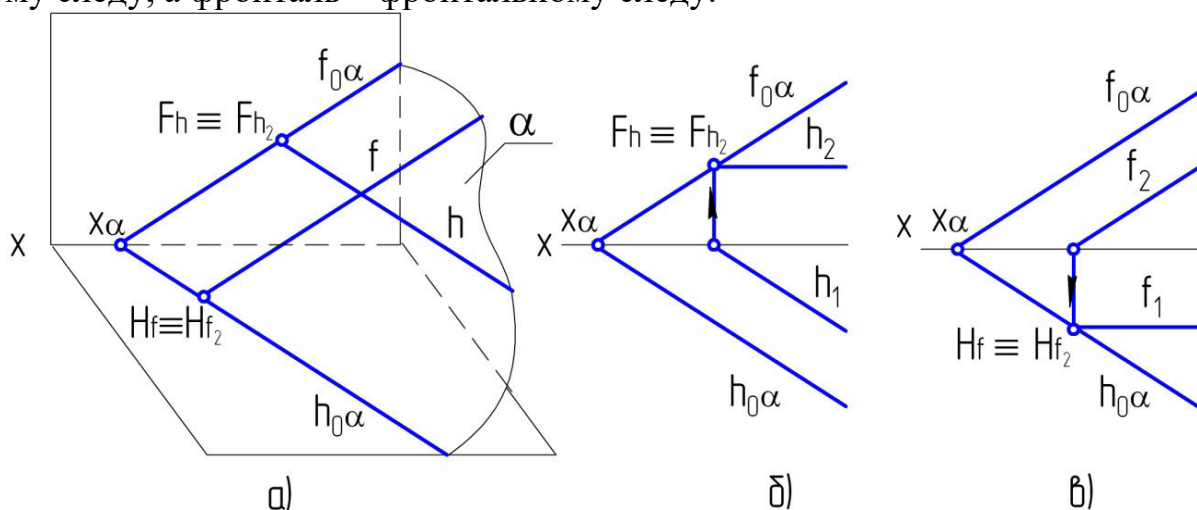


Рис. 4.7

Представление о линии наибольшего наклона плоскости даёт рис. 4.8, на котором показана прямая C – линия наибольшего наклона плоскости α к горизонтальной плоскости проекций. В некоторых учебниках её называют также линией наибольшего ската.

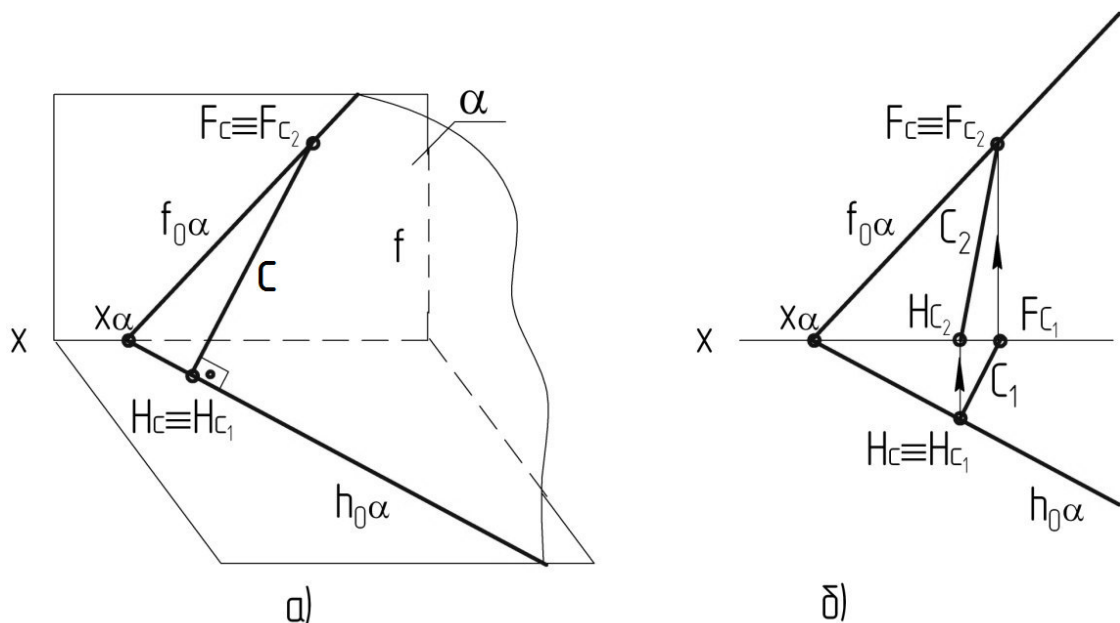


Рис. 4.8

Отличительной чертой линии наибольшего наклона плоскости α к плоскости Π_1 является перпендикулярность её горизонтальной проекции горизонтали h_1 плоскости α или её горизонтальному следу $h_{0\alpha}$. Точно также у линии наибольшего наклона плоскости α к плоскости проекций Π_2 фронтальная проекция перпендикулярна фронтالي плоскости f_2 или её фронтальному следу $f_{0\alpha}$.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

1. Какие способы задания плоскости Вы знаете?
2. Какие признаки позволяют определить на чертеже расположение плоскости относительно плоскостей проекций?
3. Дайте характеристику плоскостей общего положения.
4. Дайте характеристику плоскостей уровня.
5. В чём различие между плоскостями общего и частного положения?
6. Какие частные положения плоскости Вы знаете?
7. Дайте характеристику проецирующих плоскостей.
8. Перечислите плоскости, которые проецируются в виде одной прямой и сформулируйте их свойства.
9. Как называются прямые, расположенные в плоскости уровня?
10. Как построить линии уровня в плоскости общего положения;
11. Как построить линии уровня в проецирующей плоскости.
12. При каких условиях прямая принадлежит плоскости? Как провести прямую в проецирующей плоскости?
13. При каких условиях точка будет лежать в плоскости?
14. Что такое главные линии плоскости?
15. В чём заключается отличие горизонтальной линии уровня от горизонтали?
16. В чём заключается отличие фронтальной линии уровня от фронтали?

5. ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ

Ранее мы рассмотрели простейшие геометрические объекты – точку, прямую и плоскость. Теперь перейдем к их взаимному положению. Мы уже знаем как могут соотноситься две точки, прямая и точка, две прямые, знаем когда точка и прямая принадлежат плоскости. Теперь же рассмотрим взаимное прямой и плоскости, двух плоскостей.

Плоскости в пространстве либо параллельны, либо пересекаются. Прямая и плоскость в пространстве либо параллельны, либо пересекаются.

5.1. ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая, параллельная плоскости, должна быть параллельна какой-либо прямой, принадлежащей этой плоскости.

Поэтому, чтобы задать на эюре Монжа прямую a , параллельную плоскости α , необходимо и достаточно в плоскости α «взять» произвольную прямую b и провести $a \parallel b$ по правилу – у параллельных прямых параллельны и их одноимённые проекции (рис.5.1).

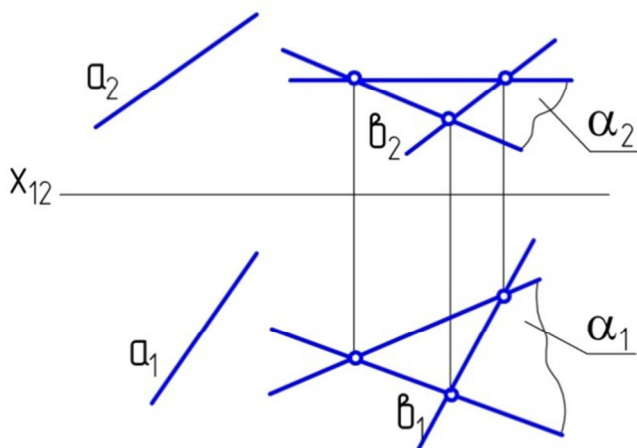


Рис. 5.1

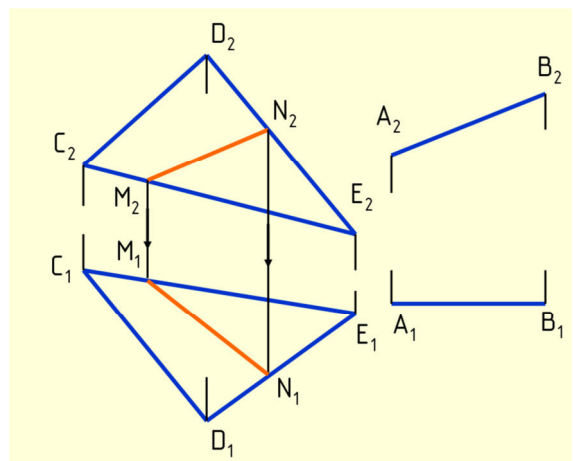


Рис. 5.2

Пример. Установить, параллельна ли прямая АВ плоскости треугольника CDE (рис. 5.2).

В плоскости $\triangle CDE$ строят прямую, параллельную прямой АВ. $M_2N_2 \parallel A_2B_2$, $M_1N_1 \not\parallel A_1B_1$, следовательно, АВ не $\parallel \triangle CDE$.

5.2. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПЛОСКОСТИ.

Две плоскости взаимно параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Поэтому, чтобы задать на эюре Монжа плоскость $\alpha(a \cap b)$, параллельную плоскости $\beta(m \cap n)$, достаточно указать проекции пересекающихся прямых a и b , соответственно параллельных прямым m и n . (рис. 5.3).

Пример. Через точку A построить плоскость, параллельную плоскости, заданной пересекающимися прямыми a и b (рис. 5.4).

Через проекции точки A_1 и A_2 проводят проекции прямых m и n , параллельных соответственно прямым a и b .

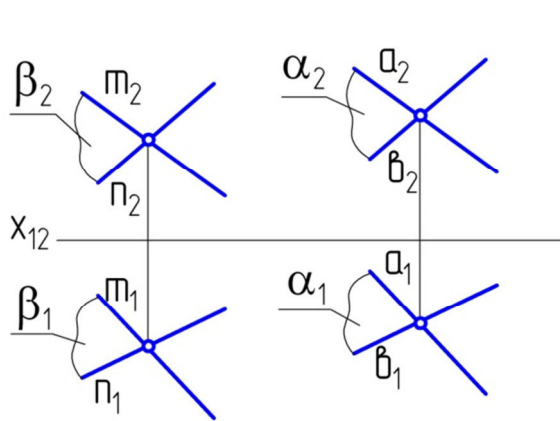


Рис. 5.3.

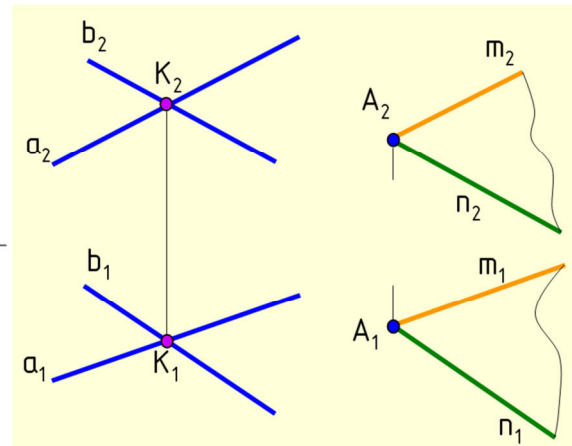


Рис. 5.4.

5.3. ПЛОСКОСТИ ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ

Если плоскости пересекаются, то линия их пересечения представляет собой прямую, для построения которой достаточно определить две точки или одну точку и направление проекций линии пересечения. Все задачи на тему пересечения плоскостей сводятся к построению линии пересечения плоскостей

Общий способ построения линии пересечения двух плоскостей заключается в том, что заданные плоскости пересекают вспомогательными плоскостями, строят линии пересечения каждой плоскости с вспомогательной; точки пересечения этих линий принадлежат линии пересечения заданных плоскостей

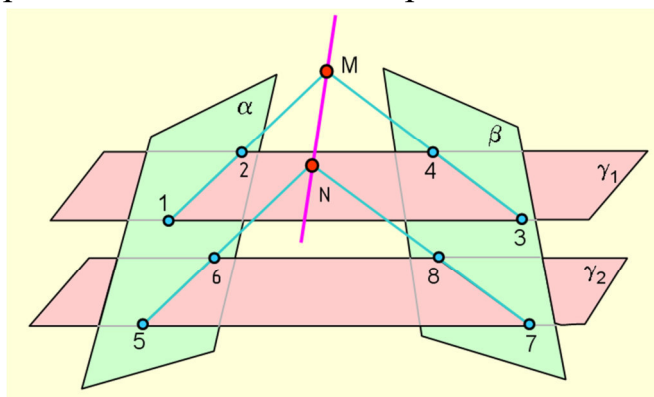


Рис. 5.5

(рис. 5.5).

α, β - заданные плоскости;

γ_1, γ_2 - вспомогательные плоскости;

$$\alpha \cap \gamma_1 = 1-2;$$

$$\beta \cap \gamma_1 = 3-4;$$

$$\alpha \cap \gamma_2 = 5-6;$$

$$\beta \cap \gamma_2 = 7-8;$$

$$1-2 \cap 3-4 = M;$$

$$5-6 \cap 7-8 = N.$$

Ниже приведены некоторые примеры построения линии пересечения плоскостей.

Пересекаются две плоскости общего положения. Если плоскости заданы следами, то вспомогательными плоскостями являются плоскости проекций. Одноименные следы плоскостей пересекаются в точках, которые являются точками линии пересечения этих плоскостей (рис. 5.6). Горизонтальные следы плоскостей пересекаются в точке M , M_1 – ее горизонтальная проекция, фронтальная проекция M_2 лежит на оси x . Фронтальные следы плоскостей пересекаются в точке N , N_2 – ее фронтальная проекция, горизонтальная проекция N_1 лежит на оси x . MN – линия пересечения плоскостей α и β .

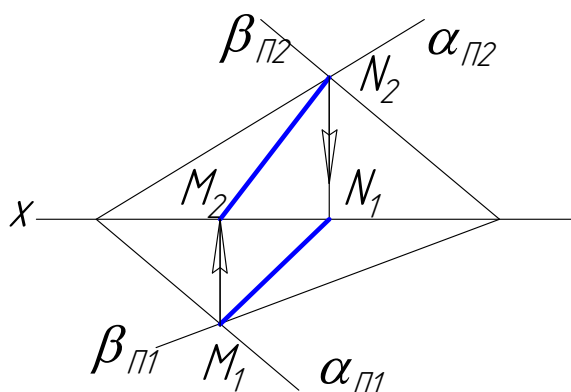


Рис. 5.6

Плоскость общего положения $\triangle ABC$ пересекается с плоскостью уровня $\alpha(\alpha_2)$. В этом случае линией пересечения является линия уровня (рис. 5.7), в данном примере – горизонталь.

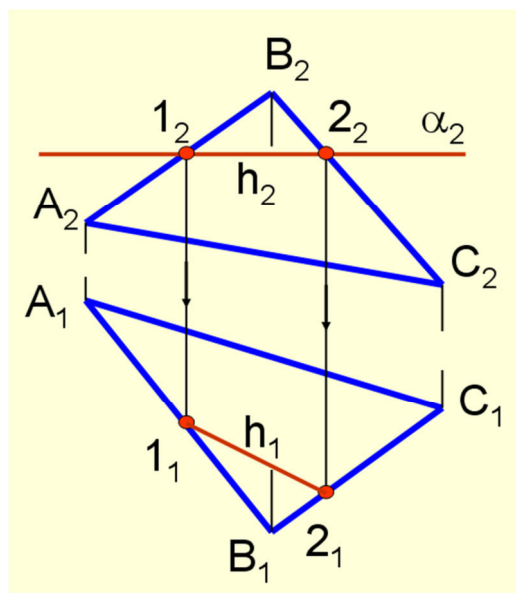


Рис. 5.7

Плоскость общего положения 1234 пересекается с проецирующей плоскостью $\triangle ABC$ (рис. 5.8).

Горизонтальная проекция линии пересечения N_1M_1 совпадает с проецирующим следом A_1C_1 , точки фронтальной проекции линии пересечения M_2N_2 определяют по линиям связи.

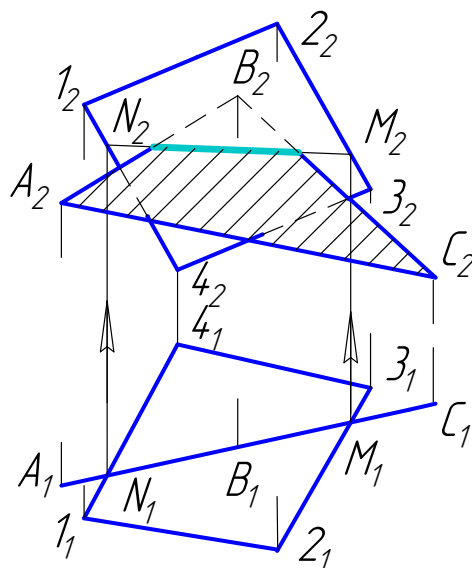


Рис. 5.8

5.4. ПОСТРОЕНИЕ ТОЧКИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

5.4.1. Пересечение прямой общего положения с плоскостями частного положения

Примеры пересечения прямой общего положения MN с плоскостями частного положения приведены на рис. 5.9 а (пересечение с плоскостью уровня $\triangle ABC$) и 5.9 б (пересечение с проецирующей плоскостью $\triangle ABC$). В этих примерах точка пересечения прямой с плоскостью K определяется без дополнительных построений.

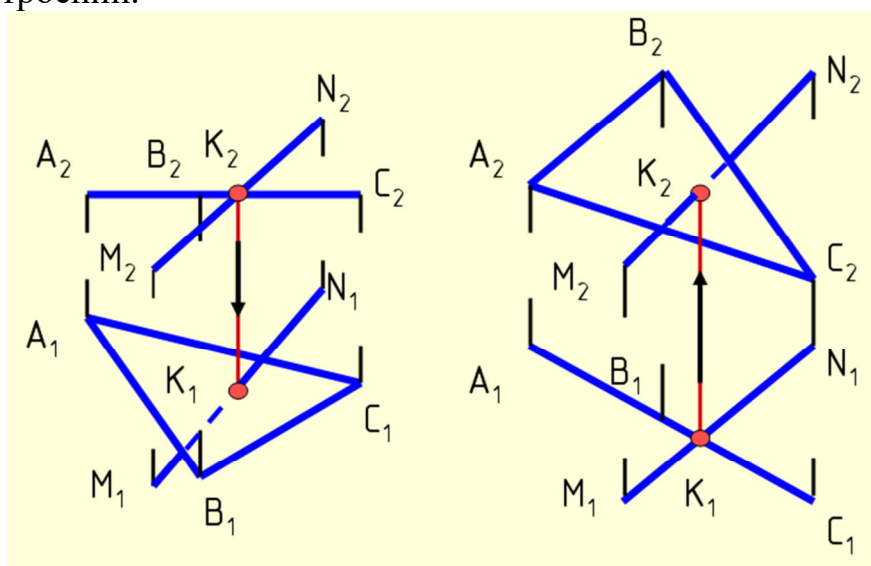


Рис. 5.9

5.4.2. Пересечение плоскости общего положения с проецирующей прямой (рис. 5.10)

Горизонтальная проекция точки пересечения K_1 прямой AB с плоскостью $\triangle CDE$ совпадает с горизонтальной проекцией прямой A_1B_1 . Точка пересечения K - это точка с двойной принадлежностью: $K \in \triangle CDE$, $K \in AB$. Поэтому для построения недостающей проекции точки пересечения достаточно через прямую провести горизонталь, или фронталь, или любую прямую $C1$, т.е. определить проекции точки пересечения как проекции точки, принадлежащей плоскости.

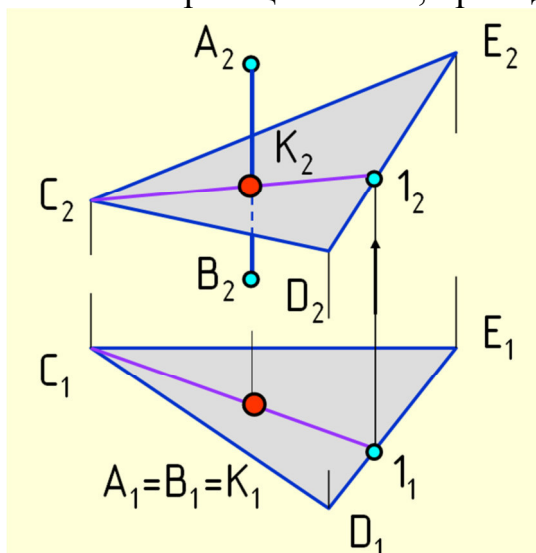


Рис. 5.10

5.4.3. Пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения

На рис. 5.11 прямая LM пересекает плоскость треугольника ABC . В этом случае для построения точки пересечения необходимо выполнить следующее:

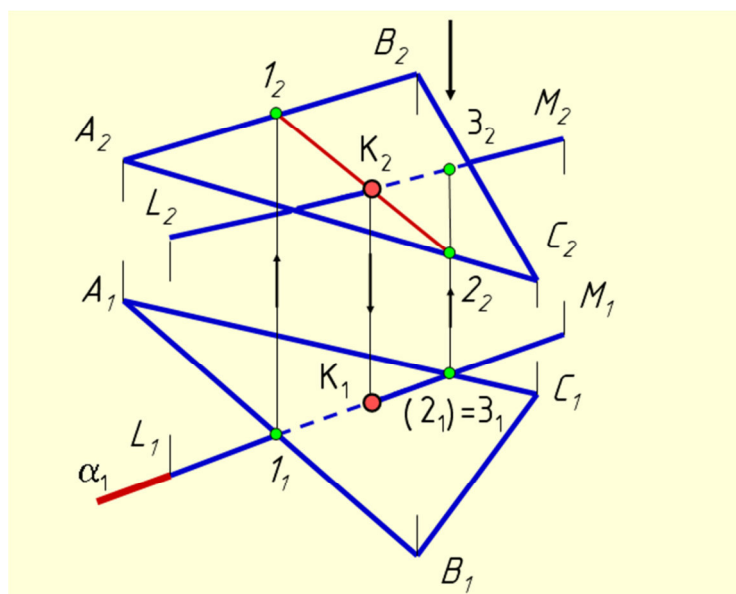


Рис. 5.11

1. Через прямую провести вспомогательную плоскость, лучше проецирующую – $\alpha(\alpha_1)$.

2. Построить линию пересечения заданной плоскости ΔABC с вспомогательной α (линия 1-2).

3. Определить точку пересечения линии 1-2 с заданной прямой LM , которая является точкой K пересечения прямой с плоскостью.

4. Определить видимость прямой с помощью конкурирующих точек.

Пример. Рассмотрим решение задачи на построение линии пересечения двух плоскостей: ΔABC и ΔDEF (рис. 5.12). Точки M и N , определяющие искомую линию пересечения двух данных плоскостей найдем как точки пересечения каких-либо двух сторон (как две прямые) треугольника ABC с плоскостью другого треугольника DEF , т.е. дважды решим позиционную задачу на определение точки пересечения прямой с плоскостью.

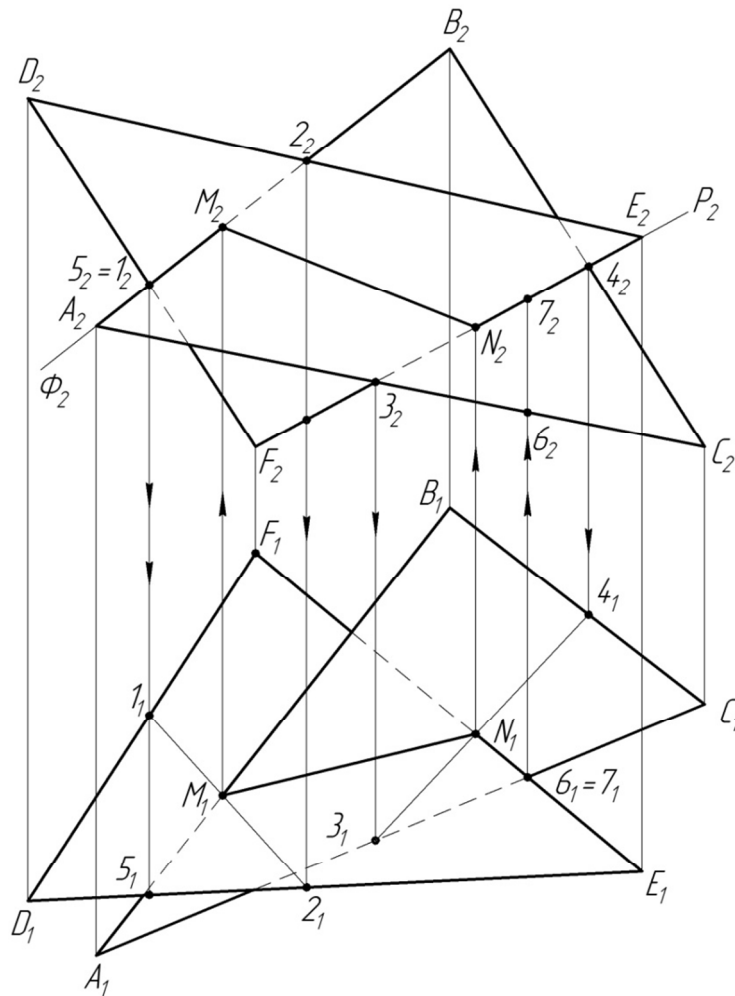


Рис. 5.12

Выбор сторон треугольников произволен, так как только построением можно точно определить, какая действительно сторона и какого треугольника пересечет плоскость другого. Выбор вспомогательной плоскости также произволен, так как прямую общего положения, какими являются все стороны ΔABC и ΔDEF , можно заключить в горизонтально проецирующую или во фронтально проецирующую плоскости.

1. Для построения точки M использована горизонтально проецирующая вспомогательная плоскость Φ (Φ_2), в которую заключена сторона AB треугольника ABC ($AB \in \Phi$).

2. Строим линию пересечения (на чертеже она задана точками 1 и 2) вспомогательной плоскости Φ (Φ_2) и плоскости $\triangle DEF$.

3. Находим точку M пересечения прямой 1–2 с прямой AB .

Найдена одна точка M искомой линии пересечения.

4. Для построения точки N использована горизонтально проецирующая плоскость P (P_2), в которую заключена сторона EF треугольника DEF . Построение аналогичны предыдущим.

5. Определение видимости элементов на плоскости Π_2 выполнено с помощью фронтально конкурирующих точек 1=2 и 5=2.

Точка 5 ($5 \in AB$) расположена дальше от оси x чем точка 1 ($1 \in DF$), поэтому на плоскости Π_2 часть треугольника ABC , расположенная в сторону точки 1, закрывает собой часть треугольника DEF , расположенную от линии пересечения в сторону точки 5.

С помощью пары горизонтально конкурирующих точек 6=1 и 7=1 определена видимость на плоскости Π_1 .

5.5. ПРЯМАЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА ПЛОСКОСТИ

Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости.

На основании теоремы о прямом угле горизонтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а его фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали.

Пример. Из точки K опустить перпендикуляр на плоскость $\alpha(ABC)$ (рис. 5.13). В плоскости сначала строят горизонталь h и фронталь f , а затем строят проекции перпендикуляра.
 $K_1 \perp h_1$,
 $K_2 \perp f_2 \Rightarrow K \perp \alpha(ABC)$.

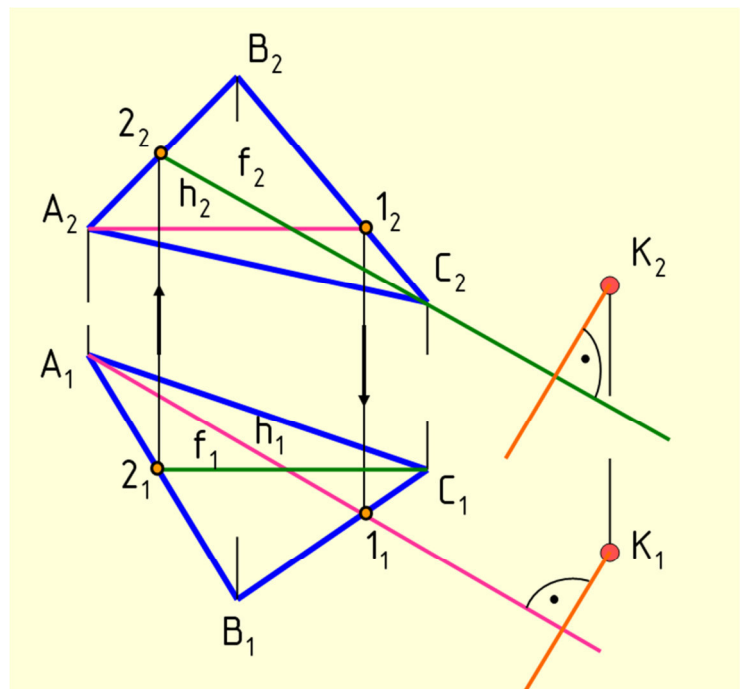


Рис.5.13

5.6. ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой.

На рис. 5.14 в плоскости треугольника ABC проведены горизонталь AD и фронталь KC . Через точку M проведена прямая ME перпендикулярно к плоскости треугольника ABC . Из точки M (M_1M_2) проведена произвольная прямая MN .

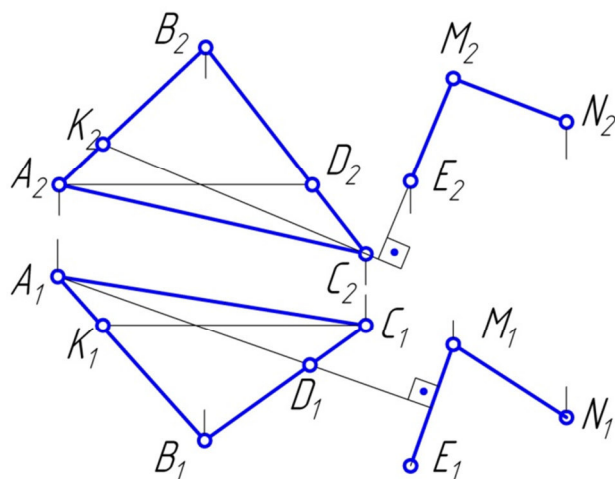


Рис. 5.14

Таким образом, плоскость, изображённая на эюре двумя пересекающимися прямыми ME и MN перпендикулярна к плоскости треугольника ABC , так как включает в себя прямую ME перпендикулярную к этой плоскости.

Пример. И еще раз решаем аналогичную задачу. Через прямую AB построить плоскость, перпендикулярную плоскости $\triangle CDE$ (рис. 5.15).

Для этого достаточно через точку B прямой AB построить проекции перпендикуляра BK к плоскости $\triangle CDE$ ($B_2K_2 \perp f_2$, $B_1K_1 \perp h_1$). Искомая плоскость задана двумя пересекающимися прямыми $AB \cap BK$.

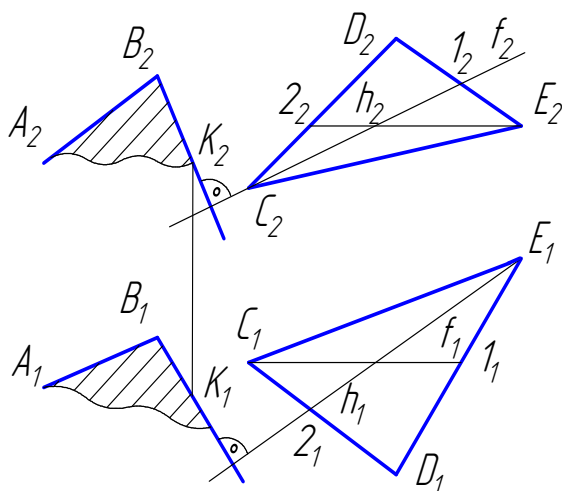


Рис. 5.15

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определить на чертеже, параллельна ли данная прямая плоскости:
а) общего положения;
б) проецирующей плоскости?
2. Как провести плоскость параллельно данной плоскости?
3. Как расположены линии уровня в двух параллельных плоскостях?
4. Как располагаются на чертеже проекции прямой, перпендикулярной к заданной плоскости?
5. Как располагаются линии уровня плоскости, перпендикулярной к заданной прямой?
6. Как определить на чертеже видимость прямой, пересекающей плоскую фигуру?
7. Укажите последовательность графических построений для определения линии пересечения двух плоскостей.
8. Сформулируйте условие параллельности и условие перпендикулярности прямой линии и плоскости.
9. Сформулируйте условие параллельности и условие перпендикулярности двух плоскостей.
10. Сформулируйте условие перпендикулярности двух прямых общего положения.
11. Как определить на чертеже расстояние от точки до плоскости?

6. СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

Многие задачи решаются проще, если элементы чертежа находятся в частных положениях. Например, у прямой уровня одна проекция равна натуральной величине и угол наклона к одной из плоскостей проекций проецируется в натуральную величину. У плоскости уровня на одной проекции все элементы этой плоскости определяются в натуральную; если плоскость проецирующая, то на одной проекции в натуральную величину проецируется угол наклона этой плоскости к плоскости проекций.

Условие задачи можно привести в частное положение, преобразуя комплексный чертеж, одним из следующих путей:

1. Данная система плоскостей проекций заменяется новой системой, геометрический образ не изменяет своего положения в пространстве (способ замены плоскостей проекций).

2. Геометрический образ перемещается в пространстве относительно неподвижной системы плоскостей проекций (способы плоскопараллельного перемещения и вращения вокруг осей, перпендикулярных и параллельных плоскостям проекций).

3. Изменяется направление проецирования при сохранении системы плоскостей проекций (косоугольное вспомогательное проектирование).

4. Изменяется направление проецирования с одновременным введением новой плоскости проекций.

Ниже рассмотрим некоторые из них.

6.1. СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ.

Сущность способа заключается в том, что положение точек, линий и поверхностей в пространстве остается неизменным, а система плоскостей проекций Π_1, Π_2 дополняется плоскостями, образующими с Π_1 , или Π_2 , или между собой системы двух взаимно перпендикулярных плоскостей, принимаемых за плоскости проекций. На рис. 6.1 в системе плоскостей проекций Π_1/Π_2 точка A имеет проекции A_1 и A_2 , а в системе плоскостей проекций Π_1/Π_4 эта точка имеет проекции A_1 и A_4 . В ряде случаев для решения задачи достаточно замены одной плоскости проекций, а в других случаях необходимы две и более замен плоскостей проекций. При замене плоскости Π_1 новой плоскостью, перпендикулярной Π_2 , координата Y остается неизменной, а при замене плоскости Π_2 новой плоскостью неизменной остается координата Z .

При второй и последующих заменах плоскостей проекций поступают так же, как и при первой замене, принимая результат предыдущей замены за исходную систему.

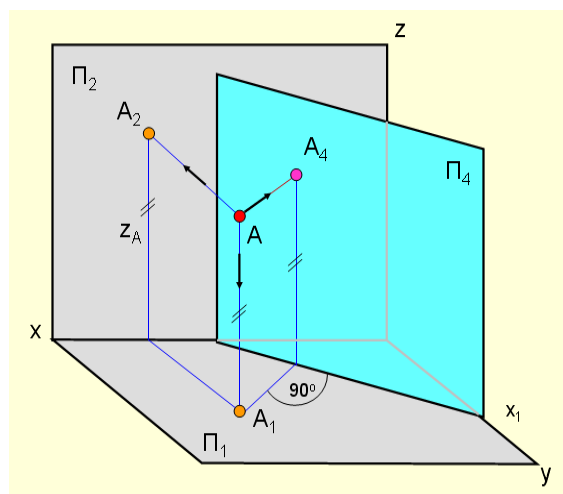


Рис. 6.1

Все задачи решаемые заменой плоскостей проекций можно свести к четырём основным задачам:

1. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня.
2. Преобразования плоскости общего положения в уровня.
3. Преобразование прямой общего положения в проецирующую.
4. Преобразования плоскости общего положения в проецирующую.

Первые две задачи решаются одной заменой плоскостей проекций, а остальные в общем случае - двумя.

Задача 1. Определить натуральную величину отрезка прямой AB и угол наклона его к плоскости проекций Π_1 (рис. 6.2).

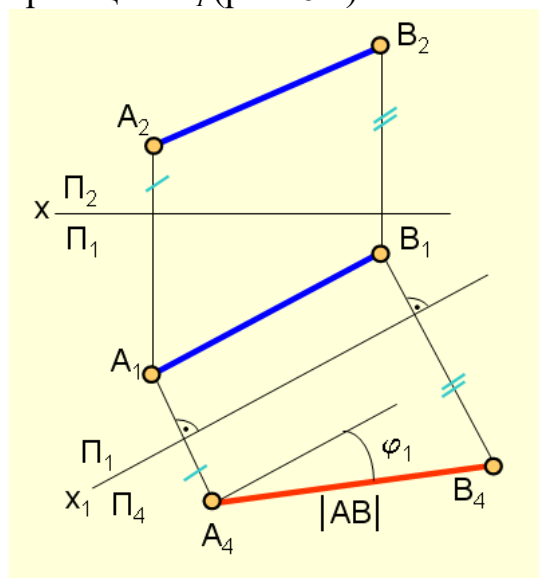


Рис. 6.2

Новая плоскость Π_4 выбрана параллельно отрезку AB и перпендикулярно Π_1 ($x_1 \parallel A_1B_1$). Линии связи от точек A_1 и B_1 проводятся $\perp$ к оси x_1 . Чтобы построить проекции точек A_4 и B_4 на плоскости Π_4 , на линиях связи откладывают расстояния от точек A_2 и B_2 до оси x_1 (z_A и z_B). На эту плоскость отрезок проецируется в натуральную величину ($A_4B_4 = |AB|$).

Задача 2. Определить угол наклона плоскости треугольника ABC к плоскости проекций Π_1 (рис. 6.3).

Для решения задачи надо плоскость общего положения преобразовать в фронтально проецирующую. Сначала в треугольнике проводят горизонталь h . Новую плоскость проекций Π_4 проводят перпендикулярно Π_1 и h_1 . На плоскость Π_4 треугольник ABC проецируется в прямую линию. Угол наклона φ_1 плоскости треугольника определяется как угол между проецирующим следом плоскости $A_4B_4C_4$ и осью x_1 .

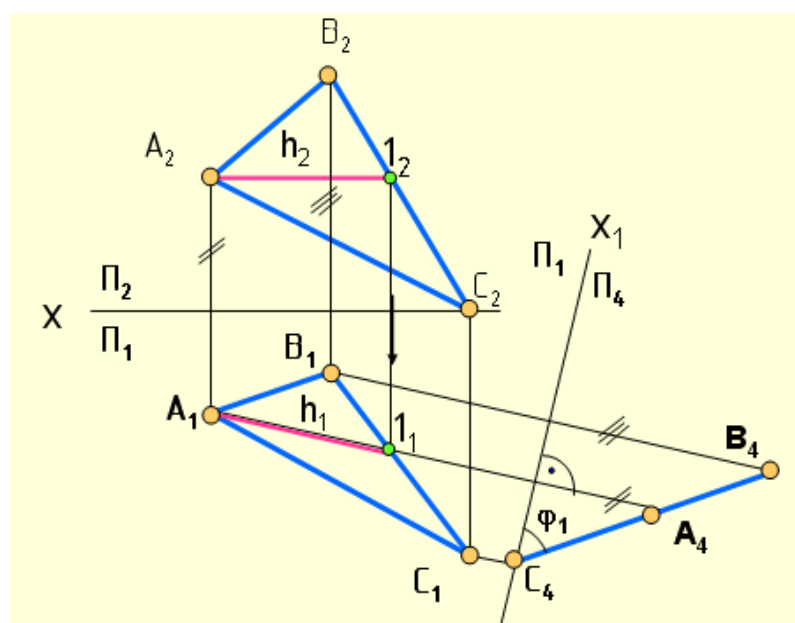


Рис. 6.3

Подобное преобразование позволяет также определить расстояний от точки до плоскости, от прямой до плоскости ей параллельной, между параллельными плоскостями.

Задача 3. Спроецировать прямую общего положения AB в точку (рис. 6.4).

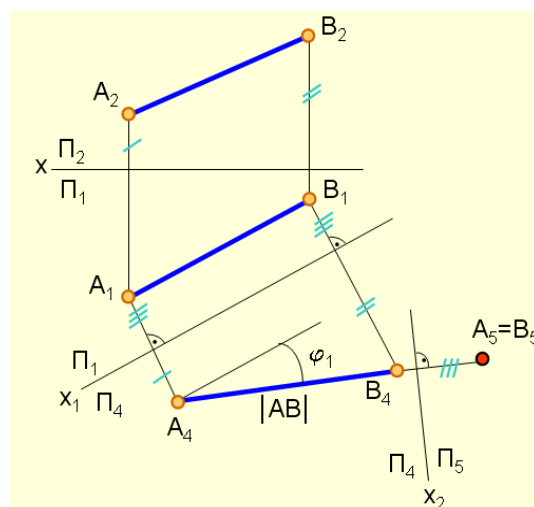


Рис. 6.4

Сначала введена плоскость Π_4 , параллельная отрезку прямой AB ($x_1 \parallel A_1B_1$) и перпендикулярная Π_1 . A_4B_4 – натуральная величина прямой AB .

При второй замене введена плоскость проекций Π_5 ; $\Pi_5 \perp A_4B_4$; $\Pi_5 \perp \Pi_4$. Чтобы построить проекции прямой AB на плоскость Π_5 , надо расстояния от проекций точек A_1 и B_1 до оси x_1 (они равны) отложить от оси x_2 . Проекции точек A_5 и B_5 совпадут.

Подобное преобразование используется для определения расстояний от точки до прямой, между двумя прямыми, угла между двумя плоскостями.

Задача 4. Определить натуральную величину треугольника ABC (рис. 6.5). $\triangle ABC$ – плоскость общего положения, которая при первой замене плоскости проекций ($\Pi_4 \perp h_1$) преобразована в проецирующую $A_4B_4C_4$ плоскость. При второй замене плоскостей проекций введена плоскость Π_5 ; $\Pi_5 \parallel A_4B_4C_4$ и $\Pi_5 \perp \Pi_4$. На плоскость Π_5 $\triangle ABC$ проецируется в натуральную величину.

Натуральная величина треугольника общего положения всегда больше любой из его проекций.

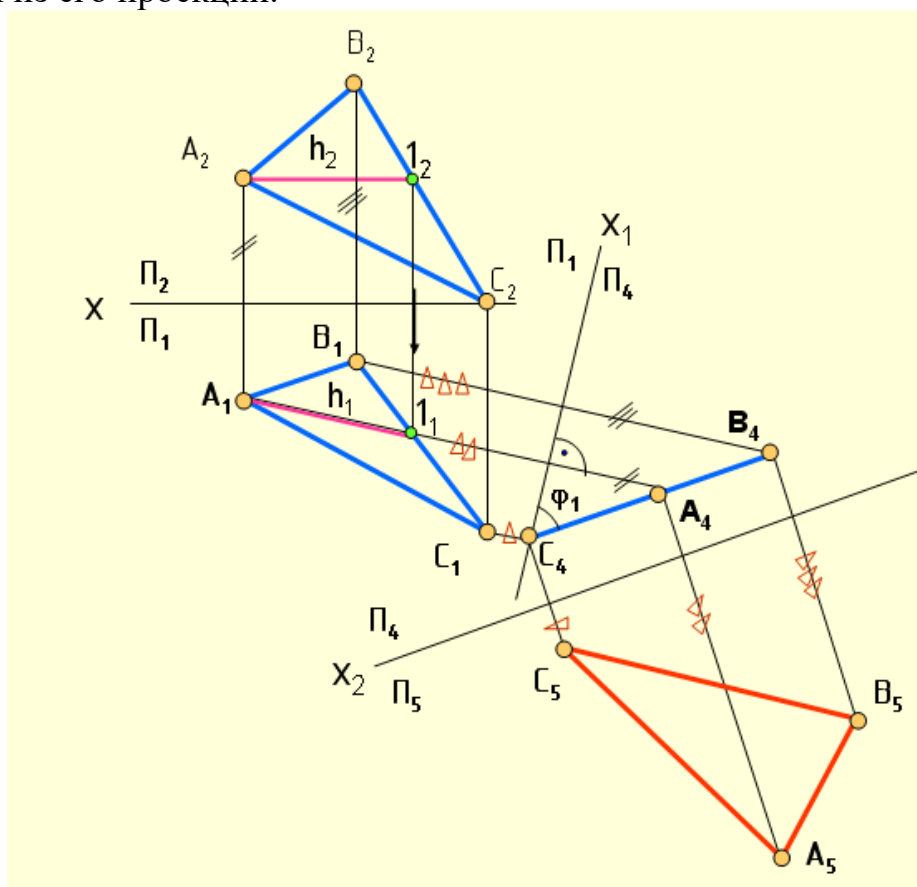


Рис. 6.5

Преобразованием проецирующей плоскости в плоскость уровня можно найти: натуральную величину плоской фигуры; угол между пересекающимися прямыми; центр описанной или вписанной окружности; построить биссектрису угла и т.п.

Пример. Допустим, что заданная плоскость Γ является фронтально проецирующей (рис. 6.6). Заменяем плоскость Π_1 новой плоскостью проекций Π_4 , параллельной плоскости Γ ($\triangle ABC$) и, перпендикулярной неизменяемой плоскости Π_2 . В новой системе плоскостей проекций Π_2/Π_4 плоскость Γ (ABC) станет горизонтальной плоскостью уровня.

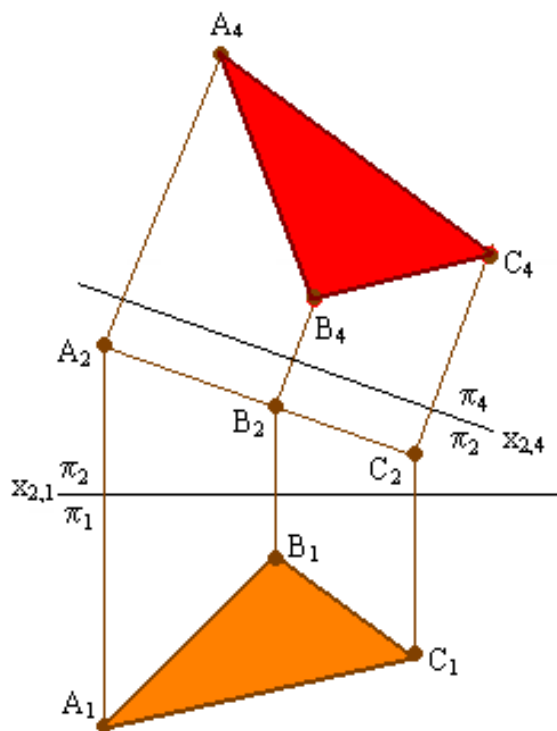


Рис. 6.6

Построения на комплексном чертеже:

1) проводим новую ось проекций x_{24} параллельно A_2C_2 на произвольном от нее расстоянии; такое положение оси проекций x_{24} обуславливается тем, что Π_4 параллельна Γ (ABC). Ось x_{24} совпадает с прямой (A_2C_2) , если плоскость Π_4 совмещается с плоскостью Γ (ABC);

2) построим проекции точек A , B и C на плоскость Π_4 ;

3) треугольник $A_4B_4C_4$ является проекцией треугольника ABC на плоскость Π_4 .

Так как плоскость треугольника ABC параллельна Π_4 , значит отображение этого треугольника на Π_4 будет в натуральную величину.

6.2. ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ПРОЕЦИРУЮЩИХ ПРЯМЫХ

Элементы, связанные с вращением (рис. 6.7 а): точка A - объект вращения; α - плоскость вращения; i - ось вращения, $i \perp \alpha$; O - центр вращения; AO - радиус вращения.

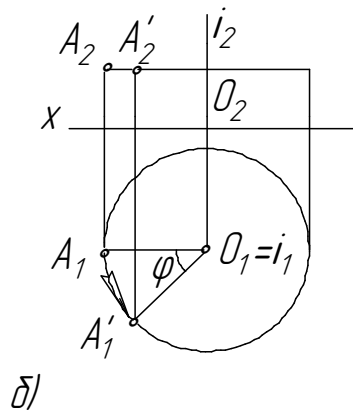
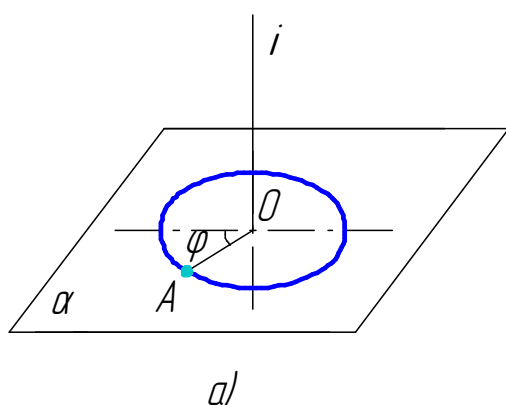


Рис. 6.7

Точка A вращается вокруг оси i по окружности. При вращении точки вокруг оси, перпендикулярной плоскости Π_1 , горизонтальная проекция точки описывает окружность, а фронтальная проекция движется по прямой, параллельной оси Ox (рис. 6.7 б). Если в пространстве точка перемещается вокруг оси, перпендикулярной Π_1 , на какой-то угол, то и горизонтальная проекция точки переместится на тот же угол.

Пример. Определить натуральную величину отрезка прямой AB и угол наклона его к плоскости проекций Π_2 (рис. 6.8).

Для этого отрезок AB надо повернуть до положения горизонтали. Ось вращения O выбрана перпендикулярно Π_1 через точку A отрезка AB . Поэтому точка A остается неподвижной, а точка B вращается вокруг оси по окружности. На чертеже фронтальная проекция точки B перемещается в положение B'_2 по окружности, радиус которой равен фронтальной проекции отрезка A_2B_2 . Горизонтальная проекция точки B перемещается перпендикулярно оси вращения O . Отрезок A_1B_1 равен натуральной величине отрезка AB . Способом вращения удобно определять натуральную величину ребер пирамиды и образующих наклонного конуса.

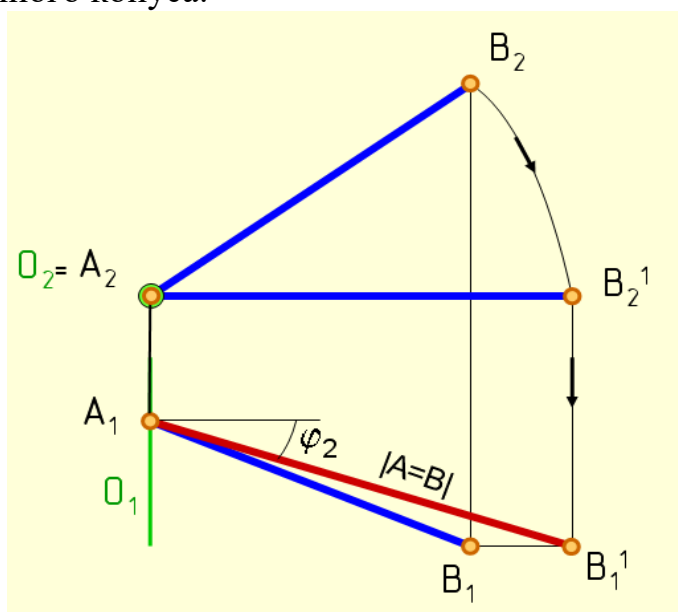


Рис. 6.8

6.3. СПОСОБ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

При вращении элементов чертежа вокруг проецирующих прямых одна проекция элементов не изменяется по величине и форме, поэтому одной проекции сразу можно придать положение, удобное для решения задачи, считая, что вращение произошло. При этом оси вращения на чертеже не указывают.

Пример. Определить натуральную величину треугольника ABC (рис. 6.9).

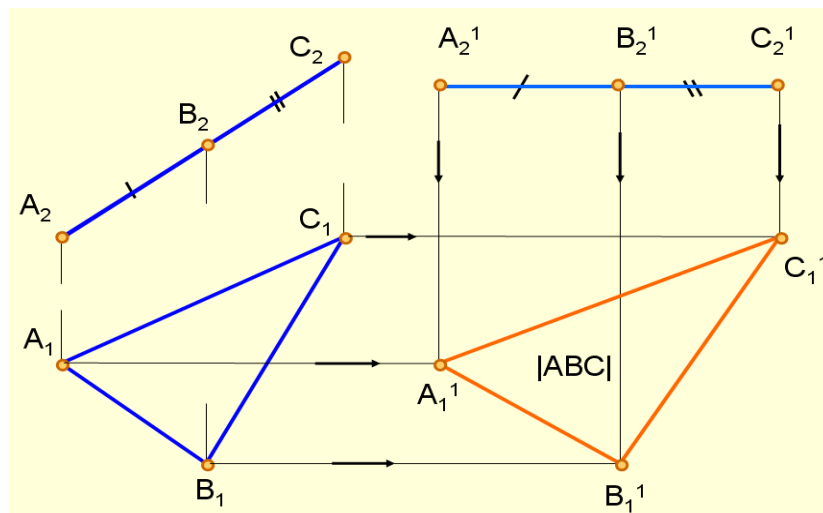


Рис. 6.9

Фронтальную проекцию треугольника $A_2B_2C_2$ располагают параллельно плоскости Π_1 , а затем проводят линии связи от точек горизонтальной проекции треугольника $A_1B_1C_1$ параллельно оси (Ox), а от точек новой фронтальной проекции – перпендикулярно оси (Ox).

Способом плоскопараллельного перемещения удобно пользоваться для определения натуральной величины плоской фигуры, когда одна проекция этой фигуры изображается линией, то есть для проецирующих плоскостей.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как определяются на чертеже расстояния от точки до проецирующей плоскости? до плоскости общего положения?
2. Как определяются на чертеже расстояния от точки до прямой частного, общего положения?
3. В чем состоит принцип преобразования чертежа способом замены плоскостей проекций?
4. Что определяет направление новой плоскости проекций при переводе плоскости общего положения в проецирующую плоскость?
5. Какова схема решения задачи по определению углов наклона плоскости к плоскостям проекций способом замены плоскостей проекций?
6. Какова схема решения задачи по определению натуральной величины отска произвольно расположенной плоскости способом замены плоскостей проекций?
7. В чем состоит принцип преобразования чертежа способом вращения вокруг проецирующих прямых?
8. Какую прямую принимают за ось вращения при переводе отска плоскости из общего положения во фронтально-проецирующую плоскость?
9. Какую прямую принимают за ось вращения при переводе отска плоскости из общего положения в горизонтально-проецирующую плоскость?

Рекомендуемая литература

Основная:

1. Дергач, В. В. Начертательная геометрия : учебник / В. В. Дергач, И. Г. Борисенко, А. К. Толстихин. – 7-е изд., перераб. и доп. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2014. – 261 с.
2. Короев Ю.И. Начертательная геометрия: учебник/ Ю.И. КОРОЕВ. – 3-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2015. – 422 с. - ISBN 978-5-406-04297-7

Дополнительная:

3. Талалай П. Г. Компьютерный курс начертательной геометрии на базе КОМПАС–3D / П. Г. Талалай. – СПб. : БХВ-Петербург, 2010. – 608 с
4. Чекмарев, А. А. Начертательная геометрия и черчение : учебник для бакалавров / А. А. Чекмарев. – 4-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2012. – 471 с.
5. Буланже Г.В. Основы начертательной геометрии. Краткий курс и сборник задач. Учеб. Пособие/ Г.В. Буланже, И.А. Гущин, В.А. Гончарова. – М.: КУРС: ИНФРА-М, 2015.- 144 с.
6. Электронный учебник по инженерной графике / составители Лейко Ю.М, Тозик В.Т. [Электронный ресурс]. – Кафедра Инженерной и компьютерной графики Санкт-Петербургского государственного университета ИТМО. – Режим доступа: <http://engineering-graphics.spb.ru>
7. Персональный сайт Вольхина К. А., Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет. Ресурс содержит учебно-методические материалы по использованию прикладных графических программ и современных информационных технологий при обучении графическим дисциплинам. www.ng.sibstrin.ru/wolchin/
8. Электронный учебник по инженерно графике. - <http://cadinstructor.org>



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Камчатский государственный технический университет»

С.Н. Царенко

**НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ
И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**

*Конспект лекций для студентов
всех направлений подготовки и специальностей
очной и заочной форм обучения
Часть 2*

Петропавловск-Камчатский
2021

УДК 514.18
ББК

Рецензенты:

Царенко Сергей Николаевич

Начертательная геометрия и инженерная графика: конспект лекций.
Часть 2 / С.Н. Царенко. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2021. –
71 с.

Конспект лекций составлен в соответствии с требованиями к освоению основных образовательных программ подготовки бакалавров по направлениям 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», специальности 26.05.06. «Эксплуатация судовых энергетических установок», специальности 26.05.05. «Судовождение», специальности 26.05.07. «Энергетические установки и электрооборудование судов» федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

**УДК 514.18
ББК**

© КамчатГТУ, 2021
© Царенко С.Н. 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
7. Гранные поверхности	6
7.1. Изображение многогранников на комплексном чертеже	6
7.2. Принадлежность точки и линии поверхности пирамиды	7
7.3. Развертки гранных поверхностей	10
7.4. Сечение гранных поверхностей плоскостью	10
Контрольные вопросы	13
8. Поверхности вращения	14
8.1. Цилиндрическая поверхность	15
8.2. Коническая поверхность	18
8.3. Сферическая поверхность	21
Контрольные вопросы	24
9. Поверхности вращения. Пересечение плоскостью и прямой. Построение разверток	25
9.1. Сечение цилиндра плоскостью	25
9.2. Сечение конуса плоскостью	27
9.3. Развертка конуса.	31
9.4. Натуральный вид сечения конуса	33
9.5. Сечение шара плоскостью	35
Контрольные вопросы	36
10. Пересечение прямой линии с поверхностями	37
10.1. Пересечение прямой с поверхностью пирамиды	37
10.2. Пересечение прямой с поверхностью прямого кругового цилиндра	38
10.3. Пересечение прямой с поверхностью конуса	39
10.4. Пересечение сферы прямой	40
Контрольные вопросы	40
11. Взаимное пересечение поверхностей	41
11.1. Взаимное пересечение многогранников	42
11.2. Взаимное пересечение многогранника с поверхностью вращения. Способ секущих плоскостей	44
11.3. Взаимное пересечение поверхностей вращения	45
11.4. Алгоритм построения точек кривой пересечения двух поверхностей способом вспомогательных секущих плоскостей	47
11.5. Некоторые особые случаи взаимного пересечения поверхностей	50
11.6. Способ вспомогательных секущих сфер (концентрических)	51
Контрольные вопросы	52
12. Поверхности	53
12.1. Задание поверхности	53
12.2. Классификация поверхностей	54
12.2.1. Гранные поверхности	54
12.2.2. Торсовые поверхности	55

12.2.3. Поверхности с плоскостью параллелизма	56
12.2.4. Винтовые поверхности	57
12.2.5. Поверхности вращения	57
12.2.6. Каналовые и циклические поверхности	59
12.2.7. Графические поверхности	60
Контрольные вопросы	60
13. Кривые линии	61
13.1. Цилиндрическая винтовая линия	61
13.2 кривые Безье. Сплаины	62
Контрольные вопросы	63
14. Аксонометрические проекции. Общие сведения	64
14.1. Прямоугольная изометрия	66
14.2. Построение плоской фигуры и шестигранника в изометрии	67
14.3. Стандартные аксонометрические проекции	68
Контрольные вопросы	70
Рекомендуемая литература	71

ВВЕДЕНИЕ

Данное учебное пособие является продолжением конспекта лекций по начертательной геометрии «Начертательная геометрия и инженерная графика: конспект лекций. Часть 1 / С.Н. Царенко. – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2020. – 48 с.». Темы лекций выстроены логической последовательности изложения курса.

Объем материала, представленный в пособии несколько больше, чем представлен при изложении в аудитории. Это необходимо для того, чтобы студенты при самостоятельной проработке лекций, а также с использованием дистанционной формы обучения могли хорошо изучить весь теоретический материал, необходимый для решения задач по темам практических занятий. Пособие содержит только теоретические основы построения чертежа и не претендует на исключительность и полноту, поэтому, при необходимости, рекомендуется обращаться и к другим источникам, например указанным в перечне рекомендуемой литературы.

Материал данного пособия использован в интерактивном курсе дисциплин «Начертательная геометрия» и «Начертательная геометрия и инженерная графика» электронной информационной образовательной среды КамчатГТУ:

<https://lk.kstu.su/login/index.php>

В пособии используются общепринятые обозначения геометрических элементов пространства:

точки обозначены прописными буквами латинского алфавита ($A, B, C...$) или арабскими цифрами (1, 2, 3...);

прямые, кривые линии - строчными буквами латинского алфавита ($a, b, c...$);

поверхности (в том числе и плоскости) - строчными или прописными буквами греческого алфавита ($\alpha, \beta, \gamma, \dots, \zeta, \eta, \dots, \Sigma, \Lambda, \theta, \dots$).

А также следующие символы:

$\Rightarrow$ - результат операции;

$\cap$ - пересечение элементов;

$\equiv$ - тождественное совпадение элементов;

$\in$ - принадлежность элементов;

$\perp$ - перпендикулярность;

$\parallel$ - параллельность.

7. ГРАННЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Поверхность, образованная частями попарно пересекающихся плоскостей, называется *многогранной*. На рис. 7.1 изображены некоторые виды гранных поверхностей.

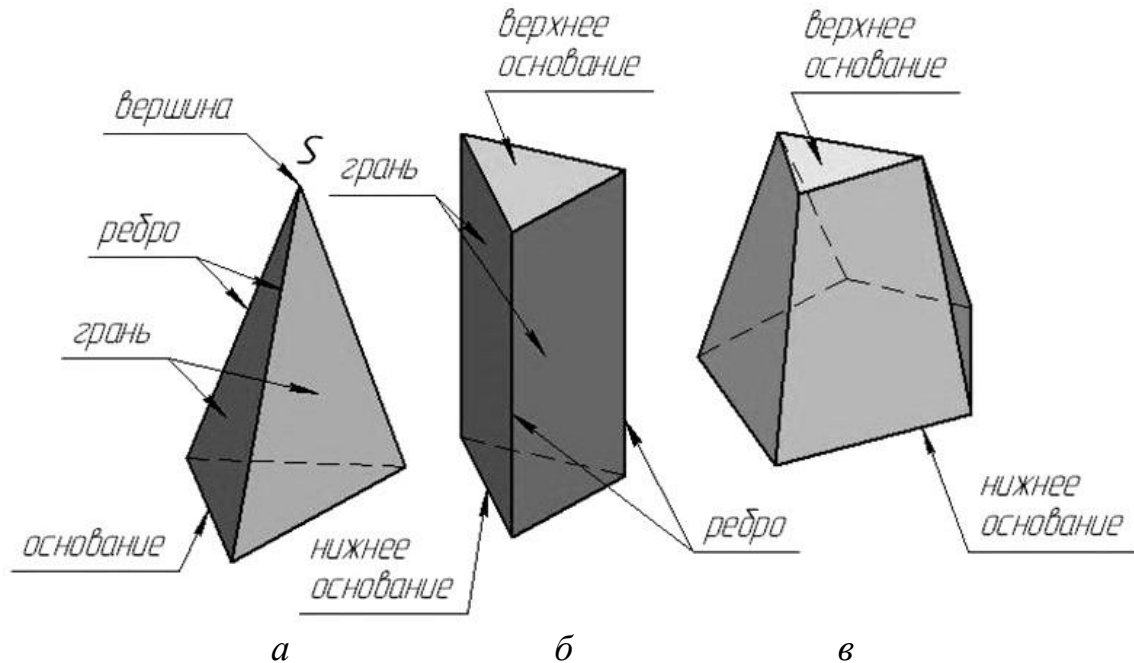


Рис. 7.1 - Гранные поверхности

Их элементами являются *грани*, *ребра* и *вершины*. Плоскости, образующие многогранную поверхность, называются *гранями*, линии пересечения смежных граней – *ребрами*, точки пересечения ребер – *вершинами*.

Гранная поверхность называется *пирамидальной*, если все ее ребра пересекаются в одной точке – вершине (рис. 7.1 а). Гранная поверхность называется *призматической*, если все ее ребра параллельны между собой (рис. 7.1 б). **Геометрическое тело, со всех сторон ограниченное плоскими многоугольниками, называется многогранником.** Призматомом называется многогранник, у которого верхнее и нижнее основания – многоугольники, расположенные в параллельных плоскостях, а боковые грани представляют собой треугольники или трапеции (рис. 7.1 в).

7.1. ИЗОБРАЖЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ НА КОМПЛЕКСНОМ ЧЕРТЕЖЕ

На комплексном чертеже многогранник изображается проекциями своих вершин и ребер. При этом невидимые ребра изображают штриховыми линиями. Для однозначного восприятия чертежа многогранника рекомендуется проекции вершин обозначать буквами.

Рассмотрим пример. Построить комплексный чертёж пирамиды *ABCD*, заданной своими вершинами (рис.7.2).

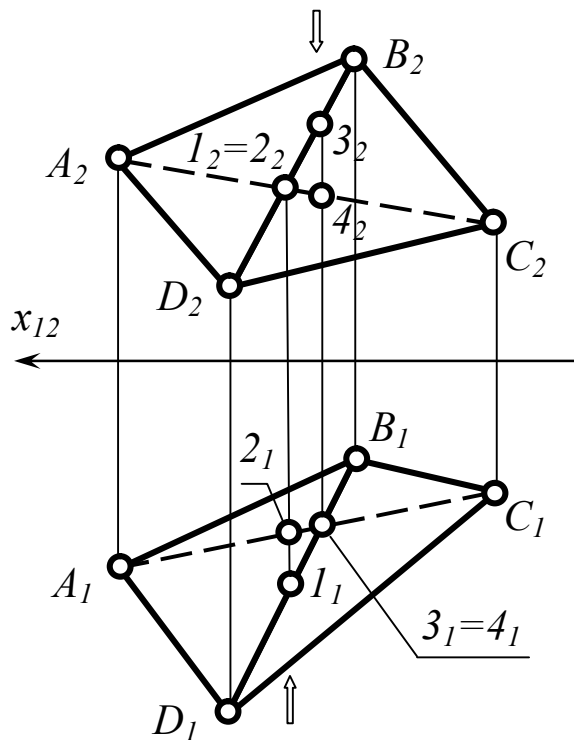


Рис.7.2. Комплексный чертёж пирамиды

Сначала проводим сплошными основными линиями очерковые ребра пирамиды **AB**, **BC**, **CD** и **AD** на горизонтальной и фронтальной плоскостях проекций. Эти ребра друг друга не перекрывают. Затем соединяем сплошными тонкими линиями рёбра **AC** и **BD**, которые являются скрещивающимися прямыми и перекрывают друг друга.

Для определения видимости ребёр **AC** и **BD** на фронтальной плоскости проекций воспользуемся фронтально конкурирующими точками 1 и 2. Построив горизонтальные проекции этих точек, можно определить, что на Π_2 видимой будет точка 1, т.к. её глубина больше (она ближе к наблюдателю). Поэтому на плоскости Π_2 ребро **BD**, на котором лежит точка 1, будет видимым и его нужно обвести сплошной основной линией. Невидимую фронтальную проекцию **A₂D₂** ребра **AD** обводим штриховой линией.

Для определения видимости ребёр **AC** и **BD** на горизонтальной плоскости проекций воспользуемся горизонтально конкурирующими точками 3 и 4. Построив фронтальные проекции этих точек, можно определить, что на Π_1 видимой будет точка 3, т.к. её высота больше (она ближе к наблюдателю). Поэтому на плоскости Π_1 ребро **BD**, на котором лежит точка 3, будет видимым и его нужно обвести сплошной основной линией. Невидимую горизонтальную проекцию **A₁D₁** ребра **AD** обводим штриховой линией.

7.2. ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ И ЛИНИИ ПОВЕРХНОСТИ ПИРАМИДЫ

Рассмотрим традиционную задачу построения проекций точек, лежащих на поверхности прямой пирамиды (рис. 7.3). Пусть заданы фронтальная и гори-

горизонтальная проекция пирамиды $SABC$ и проекции точек $1_2, 2_2, 3_2$. Надо построить третью проекцию пирамиды и отсутствующие горизонтальные и профильные проекции точек $1, 2, 3$.

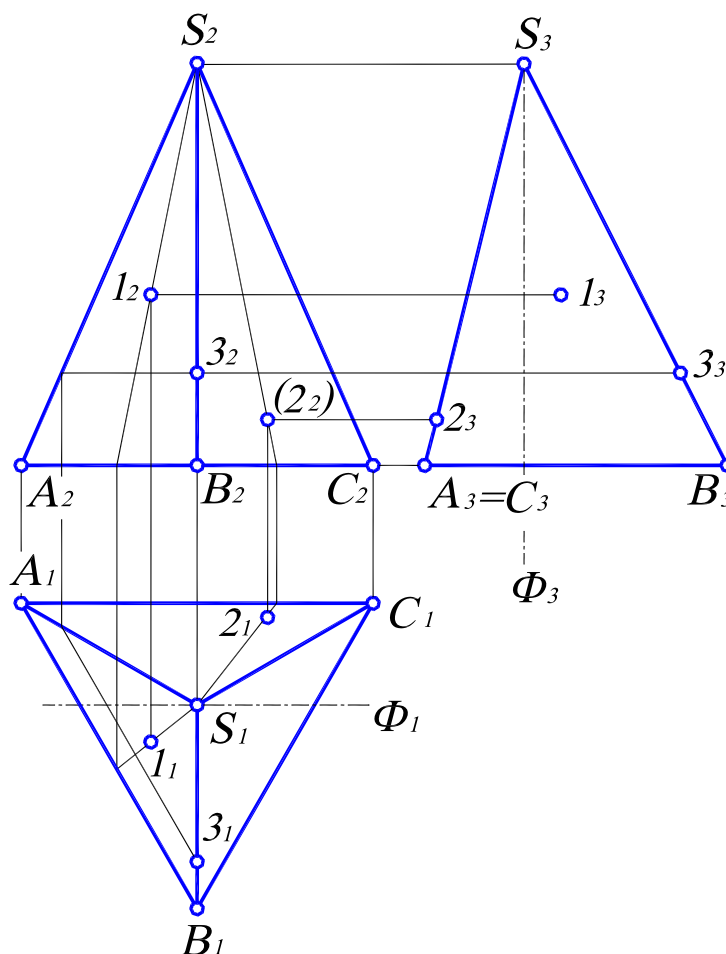


Рис. 7.3. Построение точек на поверхности пирамиды.

Для построения профильной проекции пирамиды через вершину S проведем фронтальную плоскость уровня. Тогда ее горизонтальная Φ_1 и профильная Φ_3 проекции будут служить базовыми линиями взамен традиционных осей проекций OX и OY . Точку S_3 получаем по линиям связи на базовой линии. Затем определяем положение точек $A_3=C_3$ и B_3 , откладывая от базовой линии Φ_3 отрезки, равные расстояниям от A_1, C_1, B_1 до Φ_1 соответственно. Соединив точки основания с вершиной, получаем профильную проекцию пирамиды. Как видим, грань SAC на профильной плоскости проекций вырождается в линию S_3A_3 (или S_3C_3).

Решим вторую часть задачи – построение отсутствующих проекций точек $1, 2, 3$.

При построении проекций точек на поверхности (ребре или грани) многогранника необходимо следовать аксиомам принадлежности (принадлежность точке прямой и принадлежность точки плоскости). Проекция точки должны принадлежать соответствующим проекциям ребер.

Для определения положения горизонтальной проекции 1_1 используем образующую пирамиды: проведем через вершину S_2 и точку 1_2 прямую до пересечения с ребром A_2B_2 основания. Затем по линии связи получим горизонтальную проекцию этой точки на ребре A_1B_1 . Соединив полученную точку с вершиной S_1 , будем иметь горизонтальную проекцию образующей. На ней и лежит точка 1_1 , положение которой определим по линии связи 1_2 . Аналогично можно построить горизонтальную проекцию 2_1 , с учетом того, что (2_2) – невидимая. Значит точка 2 лежит на грани SAC . Тогда основание образующей попадает на ребро AC основания. В остальном построения полностью повторяют предыдущие.

Однако для определения положения горизонтальной проекции 3_1 использовать образующую не представляется возможным, так как ребро SB , на котором лежит точка 3, в проекциях на Π_1, Π_2 дает вертикальную прямую (т.е. является профильной линией уровня). В этом случае используют линию, параллельную основанию. Через точку 3_2 проводят прямую, параллельную A_2B_2 , до пересечения с ребром S_2A_2 . Затем на ребре S_1A_1 по линии связи получают горизонтальную проекцию точки пересечения, через которую проводят прямую параллельно A_1B_1 . Поскольку точка 3 лежит на этой прямой, то продолжая ее горизонтальную проекцию до пересечения с ребром S_1B_1 , получаем точку 3_1 .

Профильную проекцию 1_3 строим на основании взаимосвязи между горизонтальной и профильной проекциями точки. А именно, откладываем по линии связи, проходящей через 1_2 , от базовой линии Φ_3 вправо отрезок, равный расстоянию от 1_1 до Φ_1 , как это делалось при построении профильной проекции пирамиды. Точка 2_3 лежит на пересечении горизонтальной линии связи, проходящей через 2_2 , и грани $S_3A_3C_3$, превратившейся в прямую S_3A_3 . Наконец, точку 3_3 находим на горизонтальной линии связи, проходящей через 3_2 и ребро S_3B_3 .

Следует заметить, что горизонтальную проекцию 3_1 можно найти через профильную. Для этого измеряем расстояния от 3_3 до Φ_3 и откладываем его вниз от Φ_1 по ребру S_1B_1 .

При использовании базовой линии (взамен осей проекций) необходимо учитывать направление, в котором строятся проекции. Подчеркнем, что когда горизонтальная проекция какой-либо точки расположена ниже Φ_1 , профильная проекция этой точки лежит вправо от Φ_3 , если горизонтальная проекция выше Φ_1 , тогда профильная проекция левее Φ_3 . Это достаточно очевидно, так как профильная проекция соответствует взгляду на любую точку (а следовательно, и любой геометрический объект) слева.

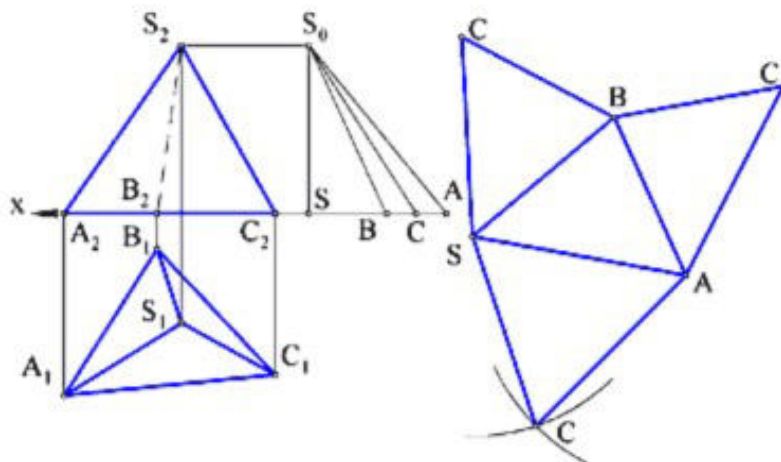
Линию на поверхности многогранника можно построить по характерным точкам, которыми являются точки ее изгиба и точки перехода через ребра. При этом следует помнить, что ломаная линия на поверхности многогранника будет ломаной, состоящей из отрезков прямой, в любой плоскости проекций, а кривая – кривой (за исключением частных случаев).

7.3. РАЗВЕРТКИ ГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Разверткой гранной поверхности называется множество соединенных в плоскости многоугольников, конгруэнтных (равных) соответственно ее граням. Под соединением понимается последовательное размещение многоугольников развертки, которое соответствует последовательному расположению граней поверхности.

Пример. Дана пирамида $SABC$. Построить развертку ее поверхности.

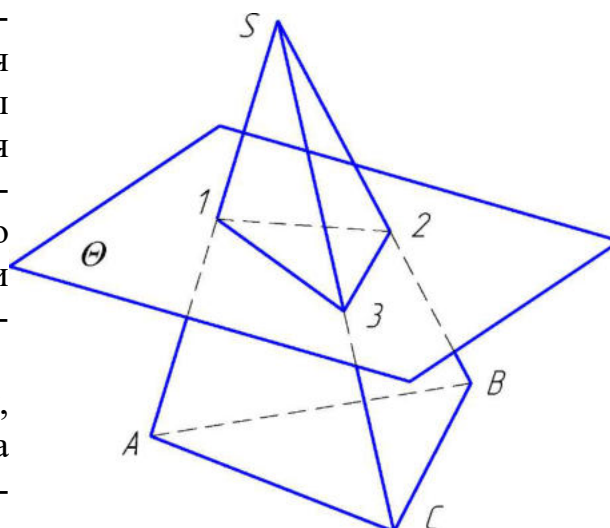
Основание ABC пирамиды принадлежит плоскости проекций Π_1 , поэтому $\Delta A_1B_1C_1$ – его НВ. Для определения НВ боковых ребер пирамиды воспользуемся методом прямоугольного треугольника (см. п. 8.1). $SS_0 \perp x$ – общая разность высот концов ребер данной пирамиды. Откладывая от точки S по оси X отрезки $SB = S_1B_1$, $SC = S_1C_1$, $SA = S_1A_1$, получаем S_0B , S_0C , S_0A – НВ ребер пирамиды. Затем в стороне, используя известные правила построения треугольника по его сторонам, выполняем собственно построения развертки пирамиды.



7.4 СЕЧЕНИЕ ГРАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЛОСКОСТЬЮ

При пересечении многогранника плоскостью в сечении образуется замкнутый многоугольник. Вершины многоугольника – точки пересечения ребер многогранника с заданной плоскостью. Стороны многоугольника – это отрезки прямых, являющиеся линиями пересечения граней многогранника заданной плоскостью.

Для того, чтобы найти фигуру, полученную в сечении многогранника плоскостью ищут либо вершины многоугольника сечения и через них проводят его стороны, либо сразу ищут стороны многоугольника. Способ, при котором ищутся вершины многоугольника, называется **способом ребер**. Способ поиска сторон многогранника, который является фигурой сечения, как линий пересечения граней многогранника и плоскости называется **способом граней**.



Выбор способа построения многоугольника в пересечении многогранника плоскостью определяется тем, какой из них даст более простое и наглядное решение.

Пример: Построить натуральный вид сечения прямой треугольной призмы фронтально-проектирующей плоскостью Σ и развертку боковой поверхности оставшейся части призмы (Рис. 7.4).

Фигура сечения - четырехугольник 1234 . Фронтальная проекция $1_22_23_24_2$ совпадает с фронтальным следом секущей плоскости Σ . Горизонтальная проекция $1_12_13_14_1$ фигуры сечения совпадает с проекциями проектирующих на Π_1 боковых граней призмы.

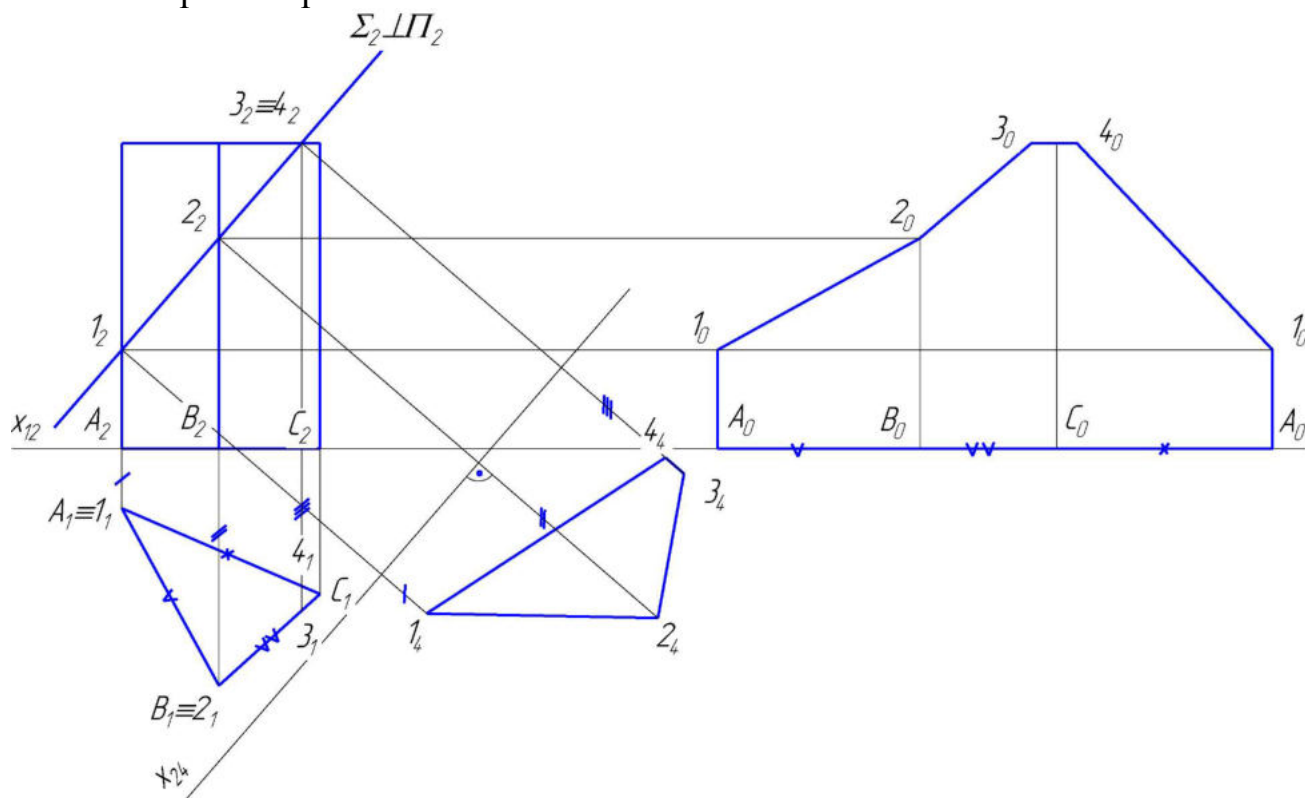
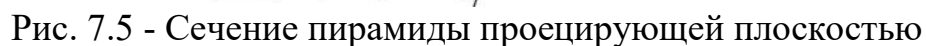


Рис. 7.4 - Построение фигуры сечения призмы плоскостью и развертки отсеченной части боковой поверхности призмы

Натуральный вид сечения строится с использованием метода замены плоскостей проекции. Новая плоскость Π_5 , вводится взамен плоскости Π_1 и проходит так, чтобы она была параллельна плоскости Σ .

Для построения развертки оставшейся после отсечения части призмы используется ее частное положение по отношению к плоскостям проекций. Так, размеры ребер призмы проектируются в натуральную величину на фронтальную плоскость проекций, а стороны основания на горизонтальную плоскость проекций.

Пример: Построить сечение треугольной пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью и развертку усеченной части (рис. 7.5).



Для построения развертки отсеченной части пирамиды необходимо знать значения натуральных величин длин боковых ребер пирамиды. Они станут известными, если повернуть боковые ребра пирамиды вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину пирамиды, до положения фронтальных линий уровня. На горизонтальной плоскости проекций показаны траектории движения точек ребер вокруг вертикальной оси. Соединение вершины пирамиды с повернутыми точками вершин основания на Π_2 дает натуральные величины боковых ребер. На этих повернутых боковых ребрах легко найти положение соответствующих точек сечения пирамиды плоскостью. Стороны основания, лежащего

на горизонтальной плоскости проекций, на ней будут отображены в натуральную величину. Имея натуральные величины отдельных сторон боковых граней - треугольников, легко построить развертку боковой поверхности пирамиды (построение треугольников по трем сторонам) (рис. 7.6). Например, можно выбрать некоторое произвольное положение ребра SA и отталкиваясь от него строить остальные грани (см. рис. 7.6). Натуральные значения отстояний точек сечения K, L и M на боковых ребрах от вершины пирамиды можно взять с повернутых до положения линии уровня SA', SB' и SC' боковых ребер. Точки K, L и M линия сечения переместятся при вращении ребер на фронтальной плоскости проекции по линиям, параллельным оси x_{12} (см. рис. 7.5).

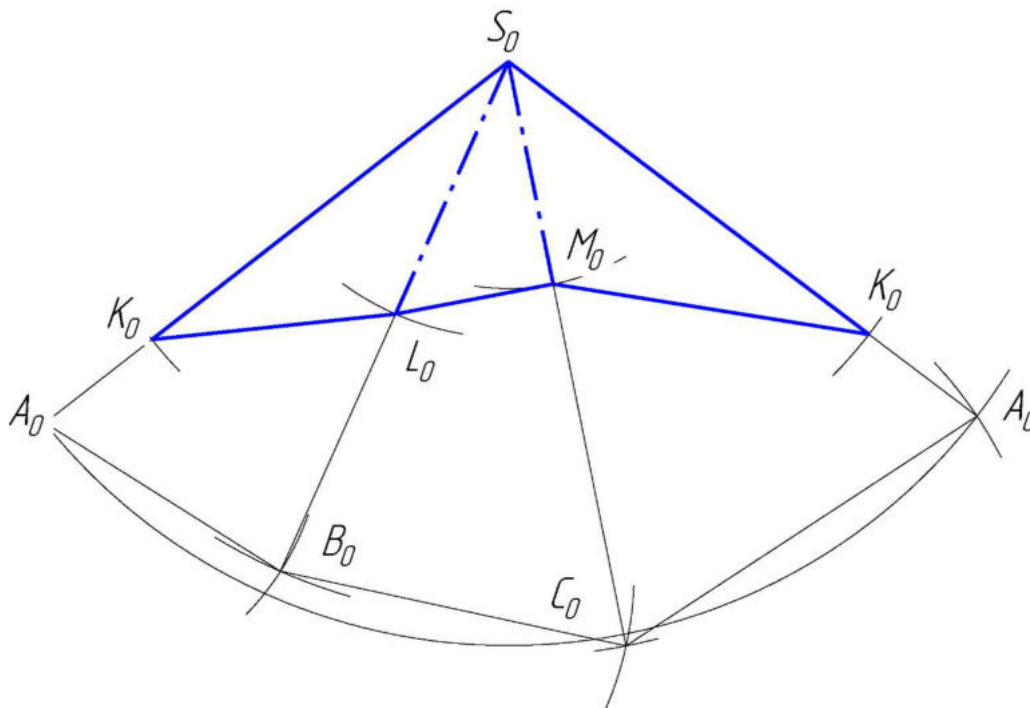


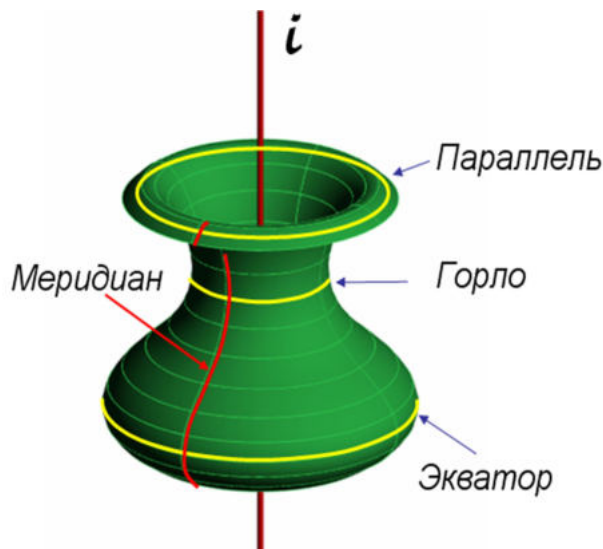
Рис. 7.6 - Развертка отсеченной части пирамиды

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какая поверхность называется многогранной? Примеры.
2. Что такое многогранник?
3. Чем пирамида отличается от призмы?
4. Как на чертеже изображаются многогранники?
5. Как определяется видимость ребер?
6. С помощью какого способа определяют видимость ребер многогранника?
7. Какими методами определяются положения точек на поверхности многогранника?
8. Каким методом можно определить натуральную величину ребер.
9. Какая фигура получается в сечении многогранника?

8. ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Поверхностью вращения называют поверхность, получаемую вращением какой-либо образующей линии вокруг неподвижной прямой - оси поверхности. Поверхность вращения можно задать образующей и положением оси; каждая точка образующей описывает окружность.



Плоскость, перпендикулярная к оси вращения, пересекает поверхность по окружности. Такие окружности называют *параллелями*. Наибольшая параллель называется *экватором*, наименьшая – *горлом*. Плоскость, проходящая через ось вращения, называется *меридиональной*; линии, по которым эта плоскость пересекает поверхность вращения, называют *меридианами*.

При проектировании различных инженерных сооружений, машин и механизмов наибольшее распростра-

нение получили поверхности, образуемые вращением прямой линии и кривых второго порядка.

Вращением прямой линии образуются:

- *цилиндр вращения*, если прямая l параллельна оси i (рис. 8.1 а);
- *конус вращения*, если прямая l пересекает ось i (рис. 8.1 б);
- *однополостный гиперболоид*, если прямая l скрещивается с осью i (рис. 8.1 в).

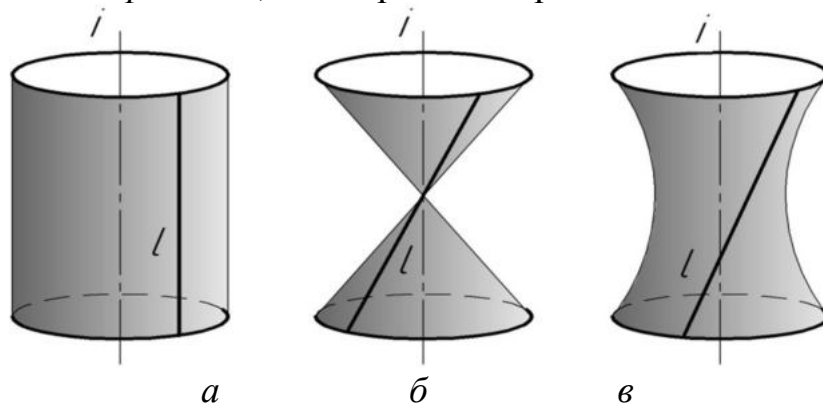


Рис. 8.1 Линейчатые поверхности вращения

К поверхностям вращения, образованным вращением кривых второго порядка вокруг оси относятся:

- *сфера* образуется вращением окружности вокруг ее диаметра (рис. 8.2 а);
- *эллипсоид вращения* образуется вращением эллипса вокруг большой или малой оси (рис. 8.2 б, в);
- *тор* образуется вращением окружности вокруг внешней оси (рис. 8.2г);

- *параболоид вращения* образуется вращением параболы вокруг ее оси (рис. 8.2 д);
- *одноплостный гиперболоид вращения* образуется вращением гиперболы вокруг ее мнимой оси. Эта поверхность образуется также вращением прямой (рис. 8.2 е).

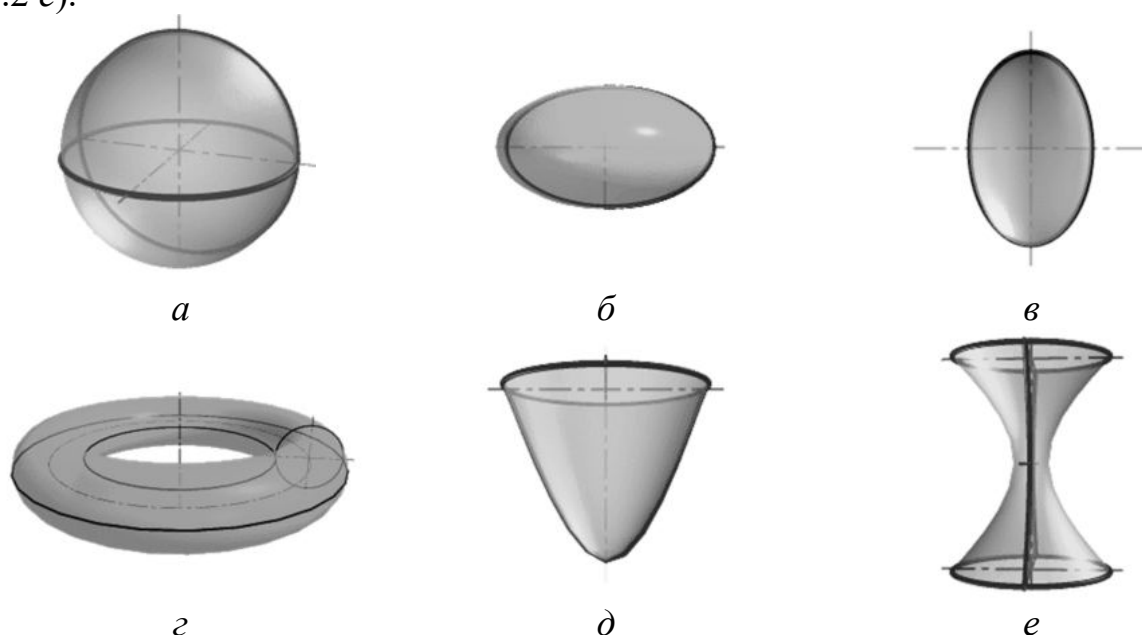


Рис. 8.2 Поверхности вращения второго порядка

8.1. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

Цилиндрическая поверхность образуется движением прямой линии, которая в любом своём положении параллельна данному направлению и пересекает криволинейную направляющую (рис. 8.3 и рис. 8.4).

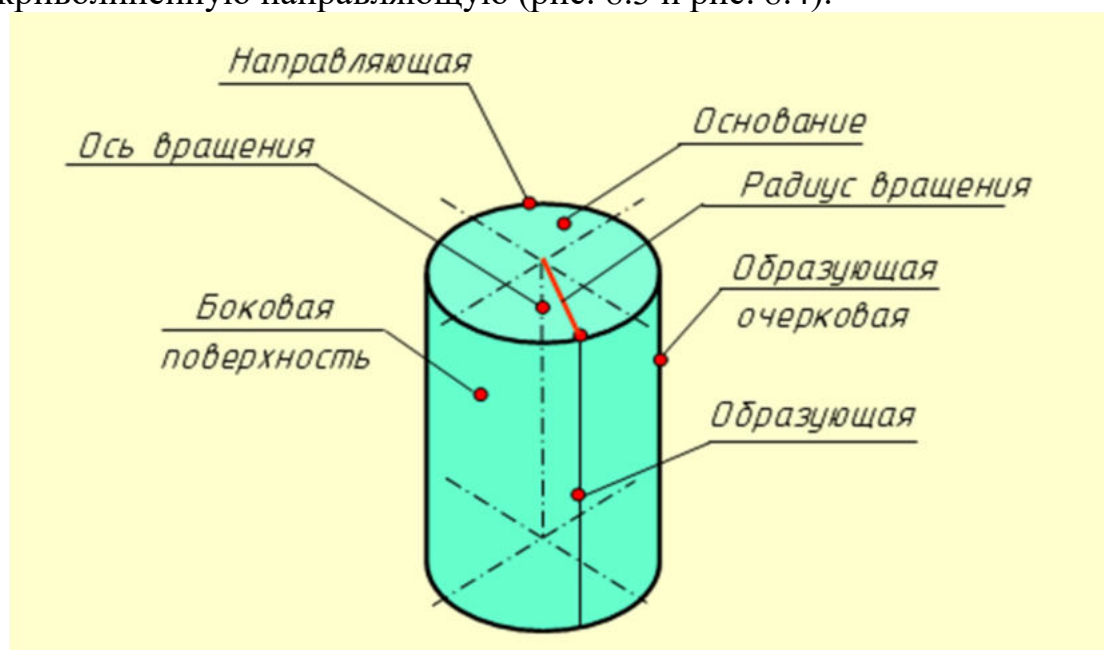


Рис. 8.3

Цилиндр – геометрическое тело, ограниченное замкнутой цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими все образующие данной поверхности.

Взаимно параллельные плоские фигуры, ограниченные цилиндрической поверхностью, называются **основаниями цилиндра**.

Если нормальное сечение (плоскость сечения перпендикулярна образующим) имеет форму окружности, то цилиндрическая поверхность называется **круговой**.

Если образующие цилиндрической поверхности перпендикулярны к основаниям, то цилиндр называется **прямым**, в противном случае – **наклонным**.

Рассмотрим проецирование прямого кругового цилиндра и принадлежащей ему точки F .

Условимся, что фронтальная проекция точки F – невидима (рис.8.4).

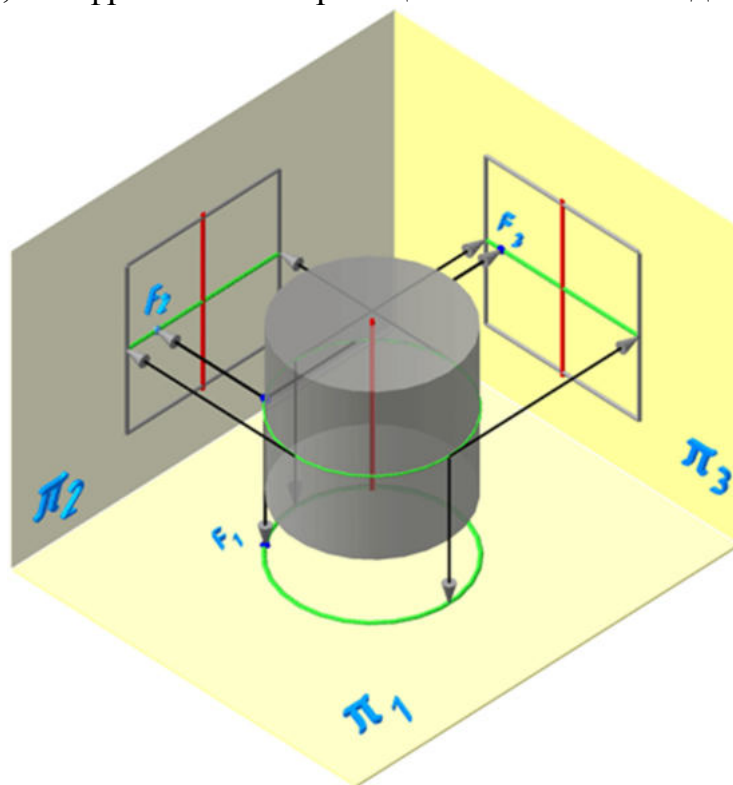


Рис. 8.4 – Проецирование цилиндра на плоскости проекций

Горизонтальная и профильная проекции точки F будут видимы.

При определении видимости, образующие, которые находятся на части, обращённой к наблюдателю и обозначенной на π_1 сплошной зелёной линией – на плоскости проекции π_2 видны, а которые находятся на части, обозначенной толстой штриховой линией – видны на π_3 .

Пусть точка A на π_2 видима (рис. 8.5). Тогда на π_1 она будет видима, а на π_3 невидима.

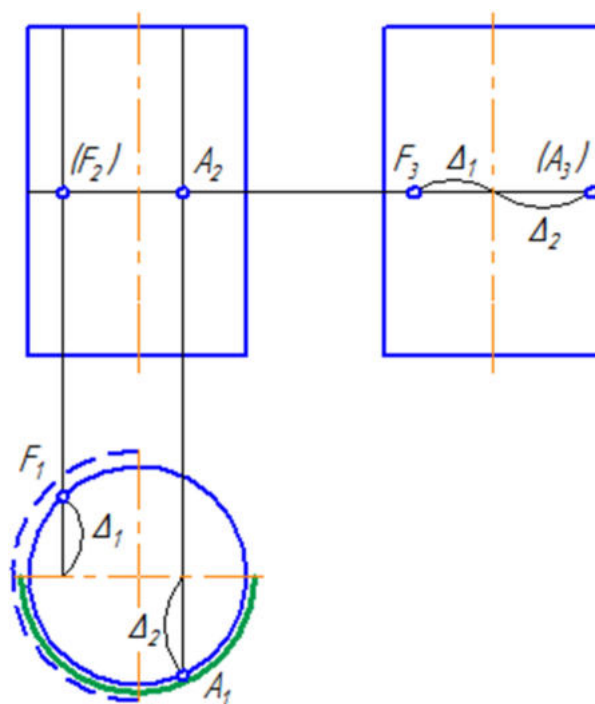


Рис. 8.5 – Эпюр прямого кругового цилиндра и принадлежащих ему точек

Упражнение. Пусть задан прямой цилиндр, плоскости основания которого параллельны плоскости Π_1 (рис. 8.6).

1 задача. Зная фронтальные проекции точек A и B , лежащих на боковой поверхности цилиндра, построить отсутствующие проекции.

Поскольку на Π_1 боковая поверхность цилиндра проецируется в окружность, то A_1 и B_1 лежат, очевидно, на ней. Их положение находим по вертикальным линиям связи.

Профильные проекции A_3 , B_3 лежат, как известно, на горизонтальных линиях связи с фронтальными проекциями A_2 и B_2 . При этом, в соответствии с правилами ортогонального проецирования, расстояние от Φ_3 до профильной проекции точки равно расстоянию от Φ_1 до горизонтальной проекции точки. Причем точка B_3 – невидимая, так как лежит на невидимой части боковой поверхности цилиндра.

2 задача: по заданной фронтальной проекции A_2B_2 линии (рис. 8.6) построим отсутствующие проекции.

Горизонтальная проекция A_1B_1 совпадает с окружностью, так как все точки линии AB лежат на боковой поверхности цилиндра.

При построении профильной проекции A_3B_3 следует иметь в виду, что линия AB пересекает прямую CD , которая на Π_3 является контуром C_3D_3 цилиндра. Поэтому сначала следует определить положение контурной точки 1_3 , а затем соединить точки A_3 и B_3 линией, которая в отличие от $A_21_2B_2$ не является прямой. В связи с этим для построения необходимо на $A_21_2B_2$ выбрать несколько промежуточных точек (2_2 , 3_2 и т.д.) и построить их профильные проекции (2_3 , 3_3 и т.д.), руководствуясь вышеуказанным правилом взаимосвязи горизон-

тальной и профильной проекций. Чем большее количество промежуточных точек выбираем, тем более точными будут построения.

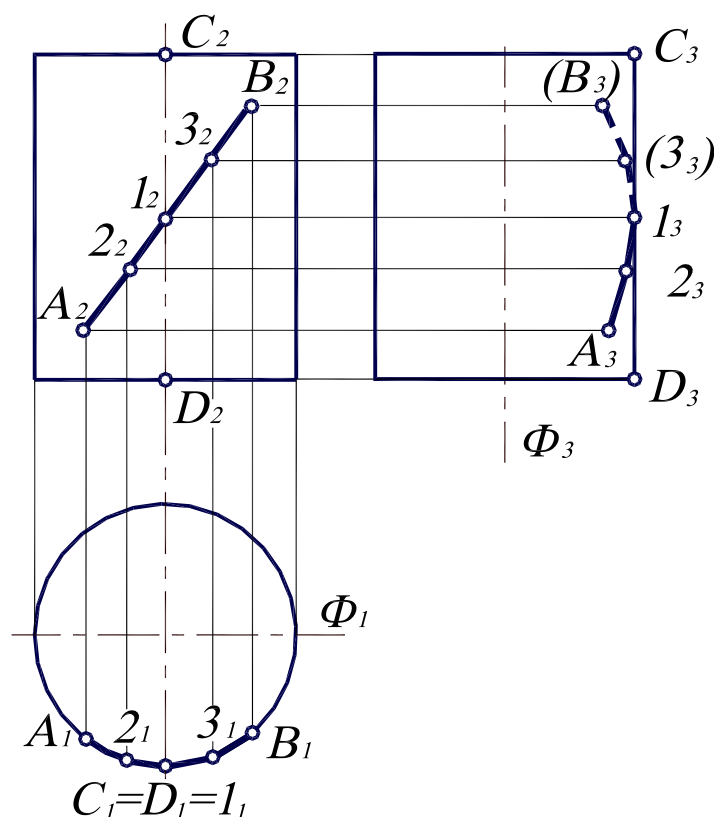


Рис. 8.6. - Построение проекций точек и линии на поверхности цилиндра

8.2. КОНИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

Коническая поверхность образуется движением прямой линии (образующей), которая в любом своем положении проходит через неподвижную точку и пересекает криволинейную направляющую (имеет две полости).

Тело, ограниченное замкнутой конической поверхностью вершиной и плоскостью, называется **конусом**.

Плоская фигура, ограниченная конической поверхностью, называется **основанием конуса**.

Часть конической поверхности, ограниченная вершиной и основанием, называется **боковой поверхностью конуса**.

Если основание конуса является кругом, то конус называется **круговым**.

Если вершина конуса расположена на перпендикуляре к основанию, восстановленному из его центра, то конус называется **прямым круговым**.

Рассмотрим вопрос принадлежности точки A поверхности конуса.

Дана фронтальная проекция точки A и она видима (рис. 8.7).

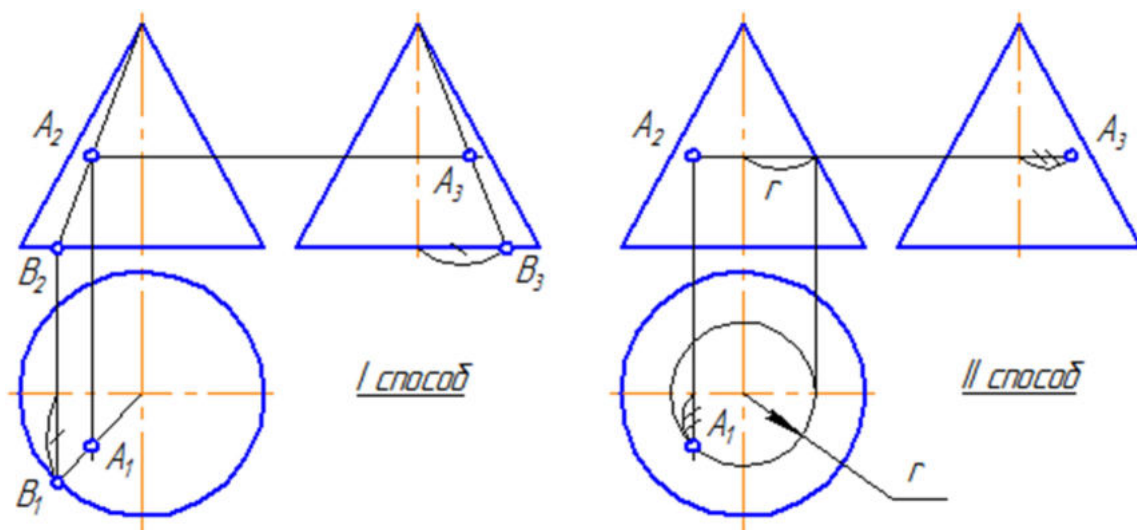


Рис. 8.7 – Принадлежность точки конической поверхности

I способ. Для построения ортогональных проекций точки, расположенной на поверхности конуса, построим проекции образующей, проходящей через данную точку. При таком положении точки A все её проекции – видимы (рис. 8.7).

II способ. Точка A лежит на параллели конуса радиусом r . На π_1 строим проекцию окружности (параллели) и по линии проекционной связи находим A_1 . По двум проекциям точки строим третью (рис. 8.7).

Рассмотрим построение проекций точек, принадлежащих поверхности конуса (рис. 8.8), когда одна проекция точки задана. Проекция A_2 принадлежит очерковой образующей, следовательно проекция A_1 строится переносом по линии связи. На фронтальной проекции основания конуса расположена проекция точки B_2 , горизонтальных проекций можно построить две, на передней и задней стороне конуса, поэтому рассматриваем конкурирующие точки B и B' . На фронтальной проекции конуса зададим проекцию точки D_2 и D_2' . Для того чтобы построить вторые горизонтальные проекции точек необходимо использовать вспомогательные линии: параллель или образующие. Воспользуемся параллелью, для построения горизонтальной проекции параллели, радиус отмеряется всегда от оси вращения до очерковой образующей. Для построения фронтальной проекции точки C использована образующая, которую провели через заданную проекцию. Положение образующей на основании отмечено крестиком.

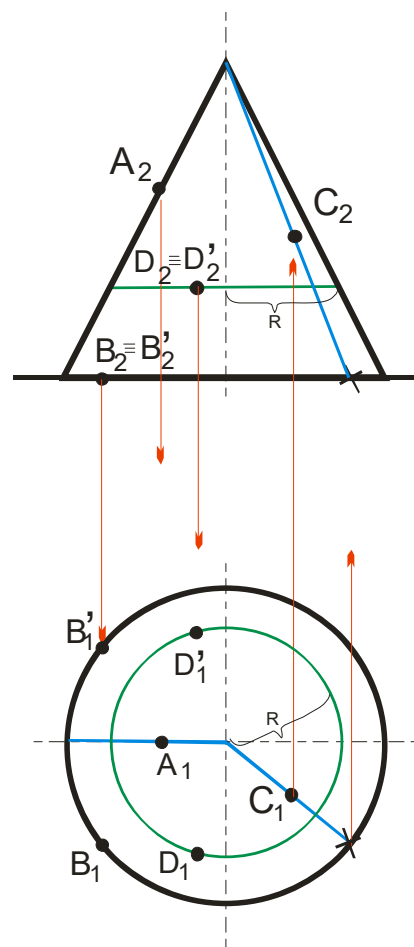


Рис. 8.8

Упражнение.

Решим те же задачи построения проекций точки и линии, лежащих на поверхности **конуса** (рис. 8.9).

Построим отсутствующие проекции точек A и B , расположенных на поверхности прямого кругового конуса, если известно положение A_2 и B_2 .

Для построения горизонтальной проекции точки, например A , необходимо через ее фронтальную проекцию провести горизонтальную линию. Тогда на Π_1 эта линия 1_2 представляет собой дугу окружности диаметром $1_2 2_2 = 1_1 2_1$. По линии связи на ней находим A_1 . Аналогично, проводя дугу окружности радиусом $S_1 3_1$, равным расстоянию от оси конуса до точки 3_2 на его контуре, определяем положение на ней точки B_1 . По этим проекциям находим положение A_3 , B_3 .

По известной проекции $A_2 B_2$ линии на поверхности конуса построить горизонтальную и профильную.

Выбрав на линии $A_2 B_2$ промежуточную точку 4_2 , найдем 4_1 так же, как сделали это для точек A и B . Соединив точки A_1 , 4_1 , B_1 , получим горизонтальную проекцию линии AB .

Для построения профильной проекции $A_3 B_3$ необходимо найти положение контурной точки 4 , лежащей на SA . По фронтальной проекции 4_2 , лежащей на $S_2 A_2$, находим профильную проекцию 4_3 , лежащую на $S_3 A_3$. Теперь точки A_3 , 4_3 , B_3 можно соединить линией.

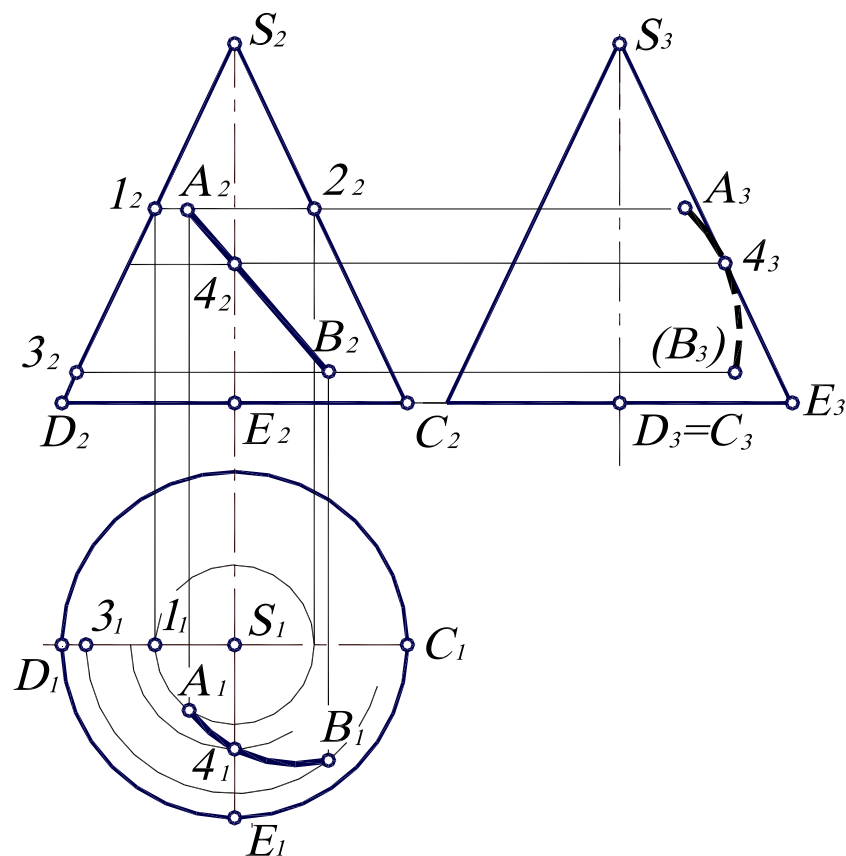


Рис. 8.9 - Построение проекций точек и линии на поверхности конуса.

При соединении точек линией всегда надо руководствоваться достаточно очевидным правилом: на каждой проекции точки, принадлежащие линии, следует соединять в одинаковой последовательности. Так, если на фронтальной проекции точка 4 является промежуточной, то она будет промежуточной и на других проекциях.

8.3. СФЕРИЧЕСКАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

Сферическая поверхность – поверхность, образованная вращением окружности вокруг отрезка, являющегося её диаметром.

Шаром называется тело, ограниченное сферической поверхностью.

Экватор – это окружность, которая получается пересечением сферы горизонтальной плоскостью, проходящей через ее центр (Рис. 8.10).

Меридиан – это окружность, которая получается пересечением сферы плоскостью, перпендикулярной плоскости экватора и проходящей через центр сферы.

Параллелями называются окружности, которые получаются пересечением сферы плоскостями, параллельными плоскости экватора.

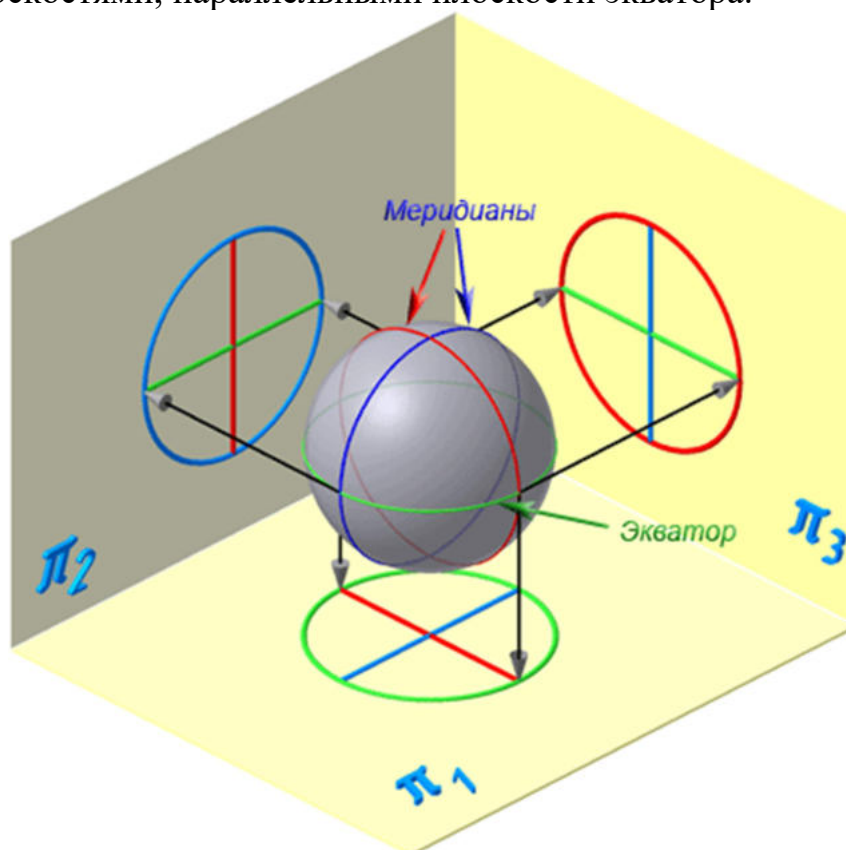


Рис. 8.10 – Проецирование сферической поверхности

Прямоугольная проекция шара (сферы) на любую плоскость – есть окружность, которую часто называют **очерковой**.

Упражнение

Заданы: сферическая поверхность тремя проекциями (рис. 8.11) и фронтальные проекции точек 1, 2, 3, 4.

Необходимо построить горизонтальные и профильные проекции заданных точек.

Решение.

Проанализируем их расположение на поверхности сферы. Точки 1, 2, 3 лежат на очерковых образующих сферы.

Точка 1 принадлежит главному меридиану (очерковой окружности на π_2), проекция которого на π_1 совпадает с проекцией горизонтальной оси, на π_3 – с проекцией вертикальной оси.

Недостающие проекции точки 1 находим посредством линий проекционной связи. Все проекции точки 1 видимы.

Рассмотрим положение точки 2. Точка 2 принадлежит экватору (очерковой окружности на π_1), проекции которого на π_2 и π_3 совпадают с проекцией горизонтальной оси. Горизонтальная проекция точки 2 строится посредством линии проекционной связи, для построения профильной проекции необходимо измерить расстояние, отмеченное дугой, и отложить его по линии связи от точки O_3 вправо. Профильная проекция точки 2 невидима.

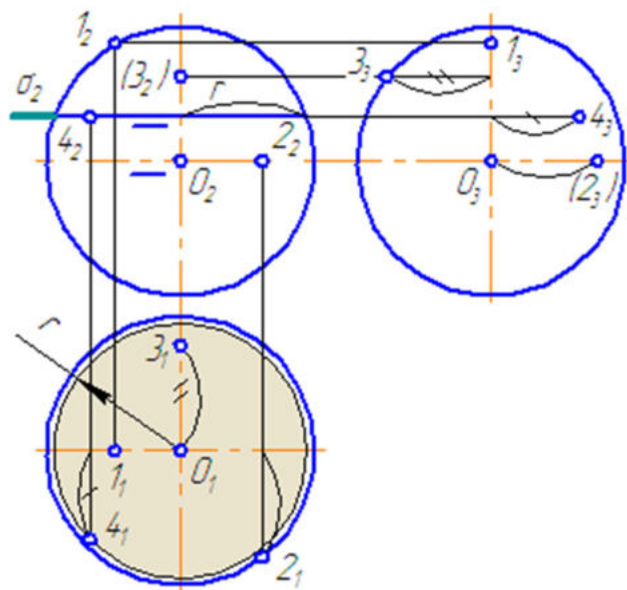


Рис. 8.11 – Эпюр сферы и принадлежащих ей точек

Точка 3 принадлежит очерковой окружности на π_3 , которая также является меридианом, проекции которого на π_2 и π_1 совпадают с проекцией вертикальной оси. Профильная проекция точки строится посредством линии проекционной связи. Для построения горизонтальной проекции точки 3 необходимо расстояние, отмеченное на π_3 двумя засечками, отложить на π_1 вверх от точки O_1 . Горизонтальная и профильная проекции точки 3 видимы.

Для построения проекций точки 4 необходимо ввести вспомогательную секущую плоскость (зададим плоскость $\sigma // \pi_1$ и $\sigma \perp \pi_2$). Плоскость σ пересекает по-

верхность сферы по окружности радиусом r . На π_1 строим данное сечение и по линии проекционной связи находим 4_1 . Для построения профильной проекции необходимо расстояние, отмеченное засечкой, отложить по линии проекционной связи на π_3 вправо от оси. Все проекции точки 4 видимы.

Упражнение.

Рассмотрим построение проекций точек на поверхности сферы (рис. 8.12). Задача состоит в том, чтобы по известным проекциям построить отсутствующие. Для упрощения решения необходимо все характерные точки сферы обозначить. Точки, лежащие на экваторе, обозначим через A, B, C, D ; точки, лежащие на главном меридиане – A, E, C, F . Очевидно, что точки A и C принадлежат одновременно и экватору, и главному меридиану.

При построении проекций следует иметь ввиду, что любая параллель на Π_2 проецируется в горизонтальную прямую, а на Π_1 в окружность.

Пусть задана фронтальная проекция точки M . Проведем через нее параллель. Тогда на Π_2 получим горизонтальную прямую, проходящую через точку M_2 . А на Π_1 – дугу окружности радиусом $F_1 1_1$, равным расстоянию от вертикальной оси до точки 1_2 . Ясно, что точка M_1 лежит на этой окружности. По двум проекциям M_1 и M_2 , используя правило взаимосвязи проекций, построим M_3 .

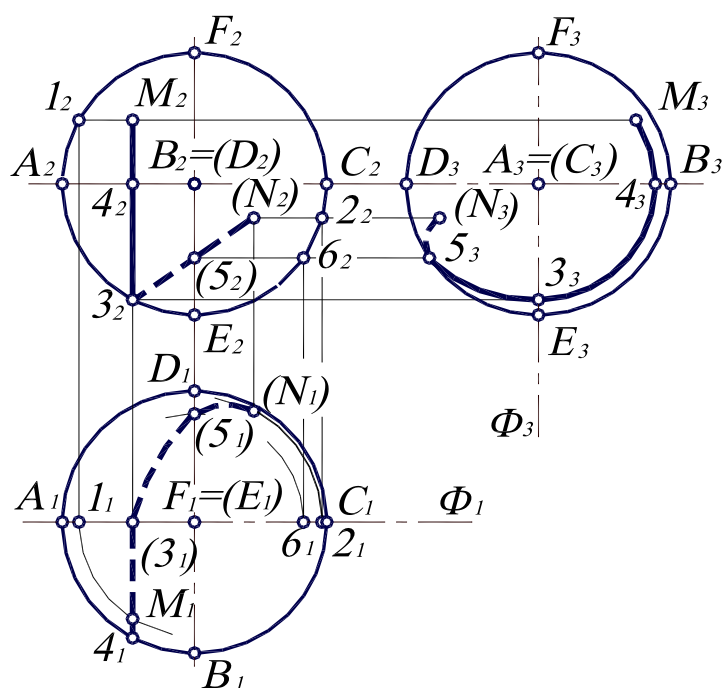


Рис. 8.12. Построение проекций точек и линии на поверхности сферы.

Рассмотрим другую точку N , проекция которой N_2 на Π_2 является невидимой. Аналогично предыдущему построим N_1 , лежащую на дуге окружности радиусом $F_1 2_1$. Так как N_2 - невидимая, то N_1 лежит выше оси Φ_1 . А поскольку точка N находится на поверхности нижнего полушария, что видно из положения N_2 , то N_1 - невидимая. Профильная проекция N_3 строится по известному

правилу взаимосвязи проекций. При этом, так как N_1 лежит выше оси Φ_1 , то N_3 - левее Φ_3 . Поскольку точка N лежит в правом полушарии, то на Π_3 она невидимая, так как на Π_3 все правое полушарие закрыто от нас левым и является невидимым.

Видимость и невидимость полушарий, а следовательно, и точек, лежащих на них, можно легко определить, рассматривая с разных точек зрения обыкновенный резиновый мячик, нарисовав на нем экватор и два меридиана, расположенных в плоскостях, перпендикулярных друг другу.

Построим горизонтальную и профильную проекции линии MN , если известна ее фронтальная проекция M_2N_2 , состоящую из прямолинейных отрезков M_23_2 и 3_2N_2 .

Очевидно, что точка 3_1 лежит на A_1E_1 , так как 3_2 - на A_2E_2 . При этом прямая MN проходит через экватор (точка 4_2). Следовательно, на Π_1 - через точку 4_1 . А участок 4_13_1 - невидимый, поскольку, как видно по его фронтальной проекции 4_23_2 , он лежит в нижнем полушарии, т.е. ниже экватора.

Для построения проекций участка $3N$ выберем промежуточную точку 5_2 . Тогда точка 5_1 лежит на дуге окружности радиуса 5_26_2 . Соединив точки 3_1 , 5_1 , N_1 , получим искомую линию $M_14_13_15_1N_1$.

Построим профильную проекцию M_3N_3 , которая проходит через те же промежуточные точки. Так как M_23_2 - вертикальная прямая, то на Π_3 она представляет собой дугу M_33_3 окружности радиуса $4_23_2=A_33_3$. Точка 5_3 - контурная для профильной проекции сферы. Значит, остается соединить точки 3_3 , 5_3 , N_3 кривой линией. При этом участок 5_3N_3 - невидимый.

Если в нашу задачу входит более точное построение проекций линии MN , тогда на всех участках, где ее проекции не являются отрезками прямой или окружности, необходимо выбрать несколько промежуточных точек.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Опишите образование поверхности вращения.
2. Что такое параллели, горло, меридиан?
3. Приведите примеры поверхностей вращения.
4. Что означает прямой круговой цилиндр?
5. Чем конус отличается от цилиндра?
6. Какие способы определения точки на поверхности вы знаете?
7. Как построить линии на поверхности цилиндра, конуса, сферы?

9. ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ.

Пересечение плоскостью и прямой.

Построение разверток

9.1. Сечение цилиндра плоскостью

При сечении цилиндра плоскостью образуются следующие линии (рис. 9.1 а, б): *окружность*, если секущая плоскость перпендикулярна оси цилиндра (β); *эллипс*, если секущая плоскость наклонная (α); *прямые линии* (прямоугольник), если секущая плоскость параллельна образующим цилиндра (γ).

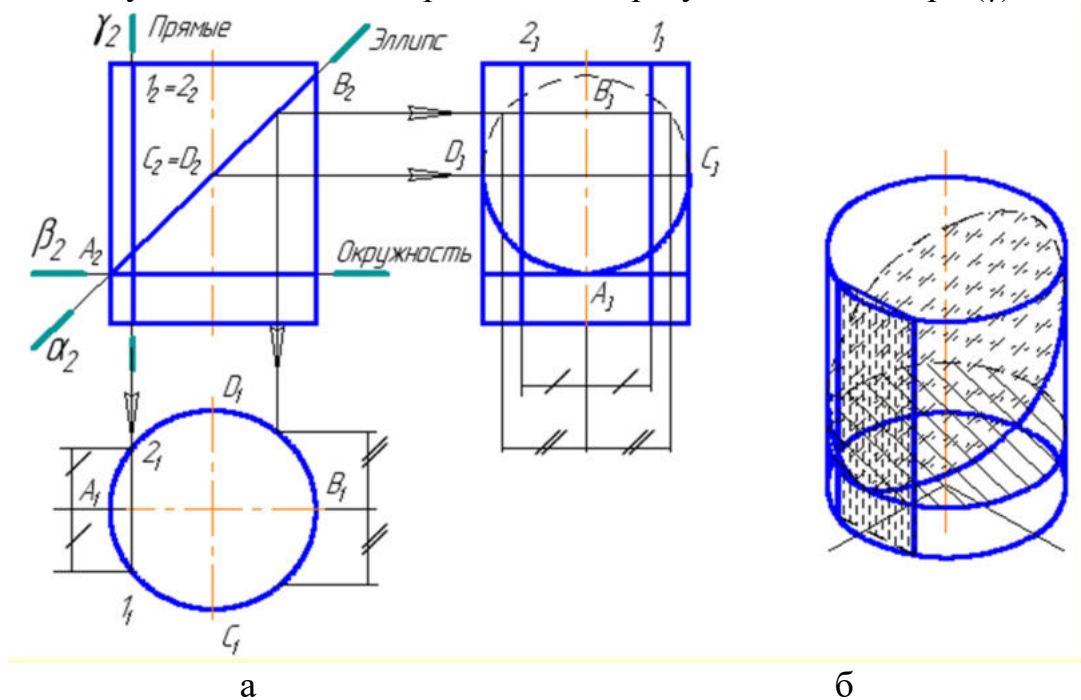


Рис. 9.1

Рассмотрим алгоритм построения сечения – эллипс: Пусть плоскость сечения γ – фронтально-проецирующая (рис. 9.2).

1. Находим и строим характерные точки (точки, не требующие дополнительных построений) – в нашем случае, точки принадлежащие крайним образующим – 1, 3, 5, 7. Одновременно с этим, данные точки определяют величину большой и малой оси эллипса.

2. Для построения участка эллипса необходимо построить не менее 5-ти точек (так как лекальная кривая второго порядка определяется как минимум пятью точками). Для построения точек 2, 4, 6, 8 возьмем на π_1 произвольно расположенные образующие цилиндра, которые проецируются на данную плоскость проекции в точки.

3. Построим вторые проекции данных образующих. Из точек пересечения вторых проекций образующих с проекцией плоскости сечения γ проводим линии связи к π_3 . Для построения третьей проекции, например, точки 6 измеряем расстояние Δ_1 и откладываем его по соответствующей линии связи на π_3 . Сим-

метрично ей, относительно оси вращения, строим точку 4. Аналогично строятся другие точки.

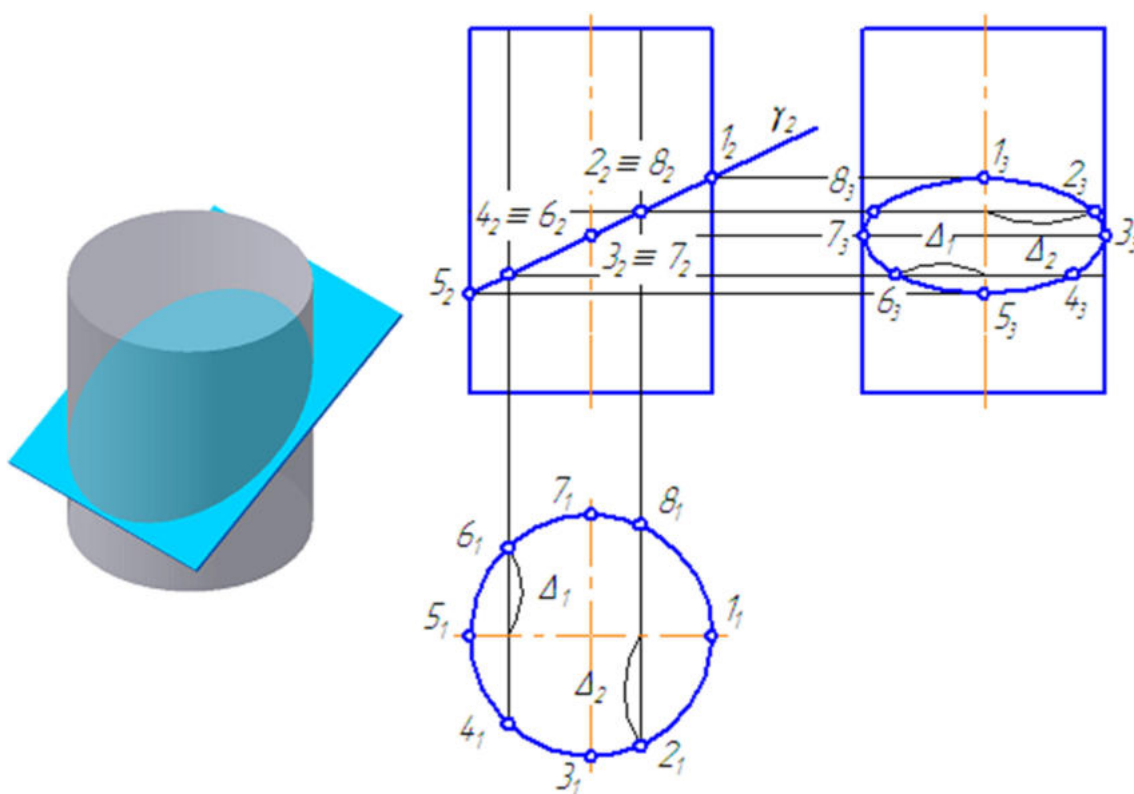


Рисунок 9.2 – пересечение цилиндра плоскостью

Пример: Построить проекции прямого кругового цилиндра фронтально-проектирующей плоскостью и развертку усеченной части цилиндра (рис. 9.3).

Фронтальная проекция линии сечения совпадает со следом секущей плоскости Z и является отрезком прямой A_2E_2 .

Горизонтальная проекция линии сечения совпадает с окружностью основания цилиндра. Секущая плоскость проходит через основание. Отрезок KL линии сечения основания плоскостью хорда основания, на горизонтальной плоскости проекции перпендикулярен оси x .

Действительный вид сечения - эллипс, большая ось которого равна отрезку между прямой в секущей плоскости между крайними (очерковыми) образующими цилиндра. Построение действительного вида сечения способом замены плоскости проекции плоскостью, параллельной секущей (совпадающей с секущей).

Для построения развертки окружность основания разбивается на равные части (8, 12). Через точки разбиения на фронтальную проекцию цилиндра наносятся линии связи, дающие образующие цилиндра. Вычисляется длина окружности в основании цилиндра.

$$L=2\pi R$$

Длина окружности откладывается на прямой. Полученный отрезок является разверткой основания. Он делится на части, число которых равно числу разбиений основания цилиндра. Из полученных на прямой точек восстанавли-

9.2. СЕЧЕНИЕ КОНУСА ПЛОСКОСТЬЮ

Построение линии сечения кривых поверхностей плоскостью сводится к построению точек пересечения образующих или других линий на поверхности с секущей плоскостью.

1. Точек пересечения очерковых линий с секущей плоскостью;
2. Высшей и низшей точек;
3. Крайней левой и правой точек;

4. Точек видимости.

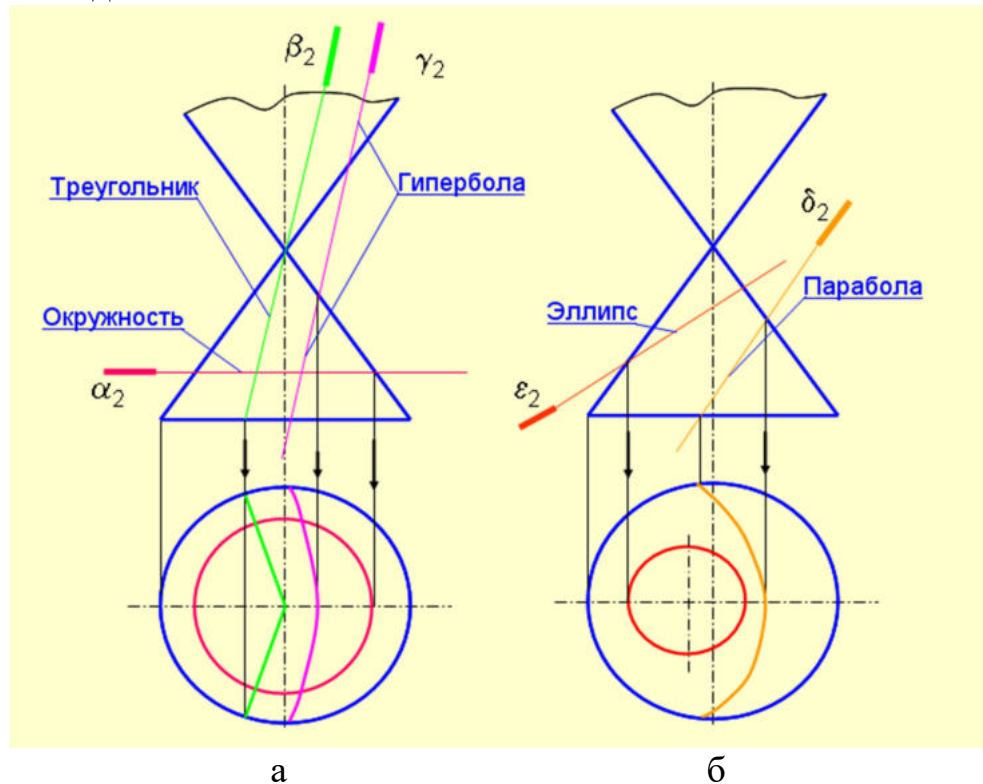


Рис. 9.4

В зависимости от положения плоскости по отношению к плоскостям проекций, сложность решения задачи, по определению линии пересечения ее с поверхностью существенно меняется. Наиболее простым представляется случай, когда плоскость проецирующая. Если же плоскость занимает общее положение, заменой плоскостей проекций можно добиться частного положения этой секущей плоскости.

Рассмотрим решение задачи по определению линии пересечения конуса **фронтально-проецирующей** плоскостью (рис. 9.5). На фронтальной плоскости проекций линия пересечения определена, требуется построить ее вторую горизонтальную проекцию.

Линия пересечения плоскости с поверхностью имеет форму кривой, для ее построения определим основные и вспомогательные точки. Основные точки :

- верх и низ кривой;
- принадлежащие очерковым образующим;
- принадлежащие основанию, экватору.

Вспомогательные точки служат для уточнения формы кривой, их следует располагать приблизительно на равном расстоянии между основными.

Точки 1 и 4 являются основными точками, их горизонтальные проекции строятся без вспомогательных построений по принципу принадлежности. Точки 2 и 3 – вспомогательные, для их построения использованы параллели. После того как будут построены горизонтальные проекции точек соединим их плавной симметричной относительно горизонтальной оси конуса линией, которая по форме является **параболой**.

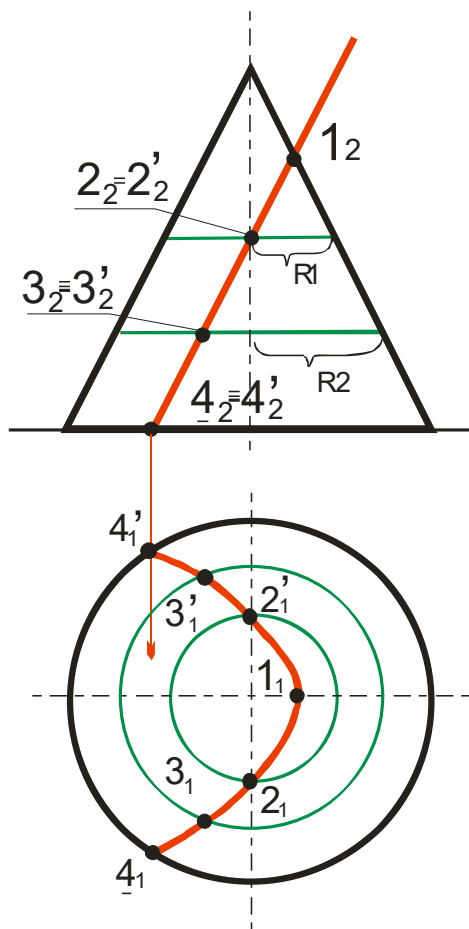


Рис. 9.5

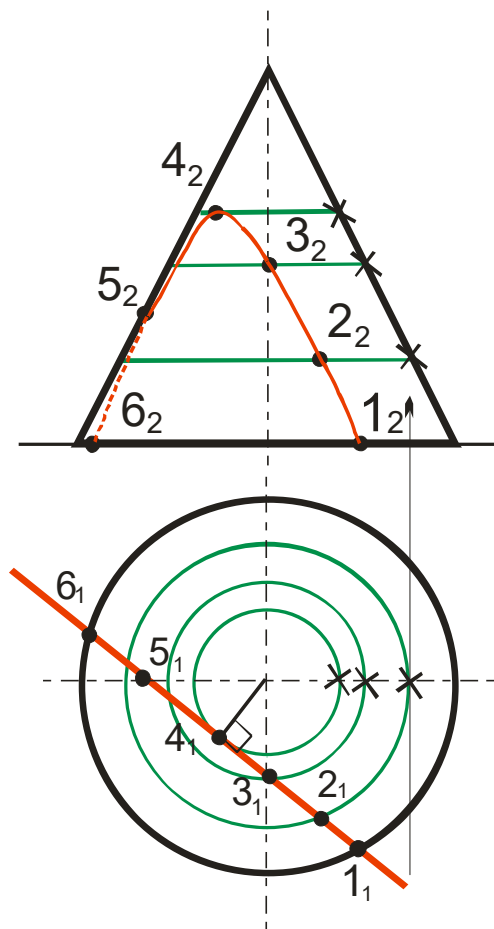


Рис. 9.6

Рассмотрим сечение конуса **горизонтально-проецирующей** плоскостью (рис. 9.6). На горизонтальной плоскости проекций линия пересечения определена, чтобы построить вторую проекцию этой линии пересечения, обозначим основные (1, 4 и 6) и вспомогательные точки (3, 2). Точки 6 и 1 принадлежат основанию конуса их вторые проекции построить легко. Точка 5 принадлежит очерковой образующей и является границей видимости кривой на фронтальной проекции, ее построение не представляет трудности. Вершина кривой это точка (4), которая находится ближе всего к вершине конуса (в предыдущей задаче она определялась на фронтальной проекции), то есть на перпендикуляре, опущенном из вершины конуса. Точки 3 и 2 являются вспомогательными. Для построения точек 4, 3 и 2 воспользуемся параллелями. Чтобы построить фронтальные проекции параллелей обозначим их пересечение с очерковой образующей крестиками и перенесем их на фронтальную проекцию образующей. После того как будут построены все проекции точек, соединим их плавной линией, при этом участок 6-5 будет невидимым, поэтому его следует провести пунктирной линией. Полученная кривая имеет форму **гиперболы**.

Рассмотрим построения сечения конической поверхности плоскостью на трех проекциях.

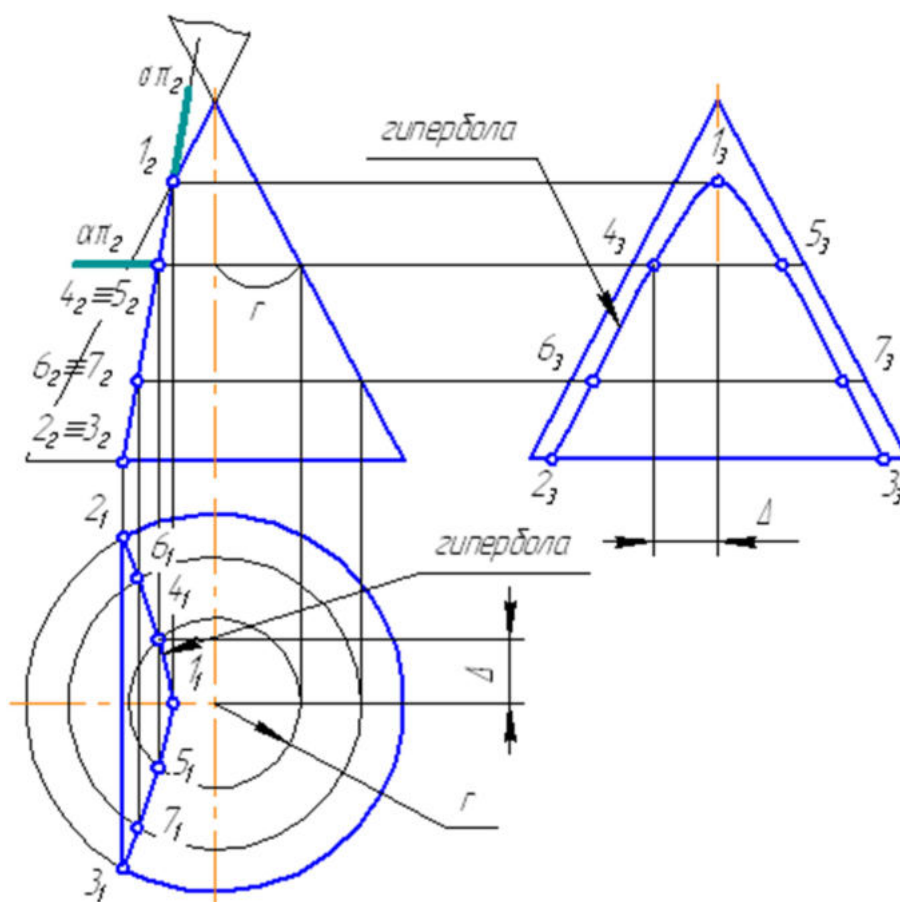


Рис. 9.7

Пусть задана секущая фронтально-проецирующая плоскость $\sigma \perp \pi_2$ (рис. 9.7). Если продлить коническую поверхность и проекцию плоскости, то видно, что плоскость пересекает вторую ветвь конической поверхности, следовательно, в сечении получится **гипербола**.

1. Построим характерные точки. Это точки, лежащие на крайних образующих и на окружности основания конуса (1, 2, 3). Их проекции строятся по линиям проекционной связи.

2. Для построения промежуточных точек, воспользуемся методом вспомогательных секущих плоскостей. Введём плоскость $\alpha \perp \pi_2$ и перпендикулярно оси вращения, что даст в сечении окружность радиусом r . Строим эту окружность на π_1 . Плоскость α пересекает и заданную плоскость сечения по прямой, проекции которой на π_1 и π_3 совпадают с линиями проекционной связи.

3. На пересечении этих двух сечений на плоскости проекций π_1 строим точки 4, 5. Профильные проекции этих точек строим по линии проекционной связи, откладывая расстояние от оси вращения конуса, равное Δ .

4. Аналогично строим точки 6, 7. Плавным соединим построенные точки, образуя гиперболу.

5. Обведём то, что осталось от конуса после такого среза с определением видимости. В нашем примере все проекции построенной кривой будут видимы.

9.3. РАЗВЕРТКА КОНУСА.

Для построения разверток тел вращения, если необходимые геометрические элементы не отображаются на плоскость проекций в натуральную величину, используются методы перемены системы проектирования для получения нужной натуральной величины геометрических элементов, например, метод вращения относительно проектирующей оси или линии уровня.

Если задана поверхность прямого конуса, то развертка его боковой поверхности представляет круговой сектор, радиус которого равен длине образующей конической поверхности l , а центральный угол $\varphi = 360^\circ r / l$, где r – радиус окружности основания конуса. Для простоты построения используется аппроксимация длины окружности основания конуса, для чего конус вписывается в 12-угольную пирамиду (рис. 9.8).

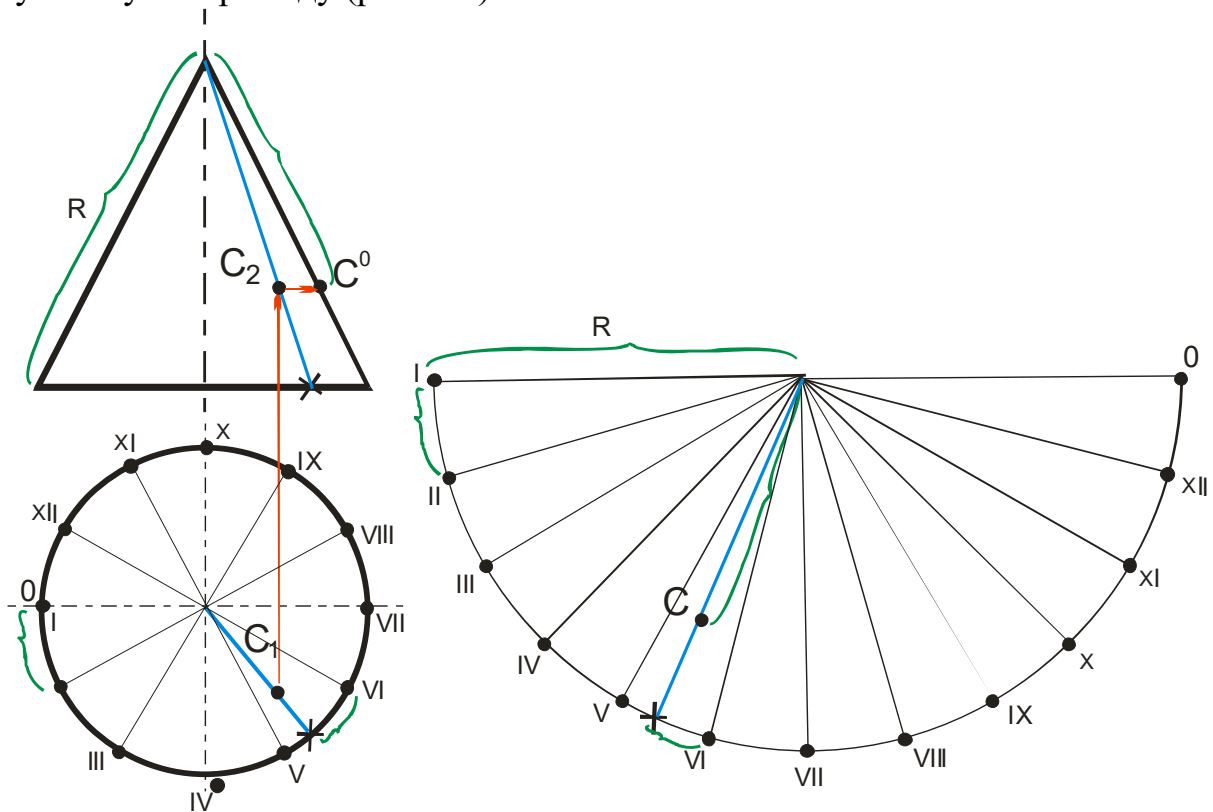


Рис. 9.8 - Построение развертки конуса.

Построение развертки конуса начинаем с деления основания на 12 частей радиусом. Точки деления обозначаем римскими цифрами. Радиусом, равном очерковой образующей, строим сектор круга. Длина дуги определяется, последовательно откладывая на ней полученные при делении отрезки. Для построение точки С, принадлежащей поверхности конуса, строим на развертке образующую, на которой располагается точка. Чтобы определить натуральную величину расстояния от точки С до вершины конуса, переносим ее на очерковую образующую (метод вращения разбирали при построении развертки пирамиды).

Пример. Построить проекции линии сечения прямого кругового конуса проецирующей плоскостью $\alpha(\alpha_2)$ и развертку боковой поверхности его усеченной части (рис. 9.9).

Фронтальная проекция линии сечения сливается со следом плоскости α_2 . Так как плоскость пересекает все образующие конуса, то в сечении образуется эллипс. Его построение сводится к построению точек пересечения образующих конуса с секущей плоскостью α (рис. 9.10 а). Отрезок A_2B_2 является большой осью эллипса. Для построения малой оси эллипса C_1D_1 отрезок A_2B_2 разделен пополам точкой O_2 ; через нее проведена плоскость β , дающая в сечении окружность, диаметр которой равен малой оси эллипса CD . Точки C_2 и D_2 на горизонтальную проекцию перенесены при помощи плоскости γ , которая пересекает конус по окружности.

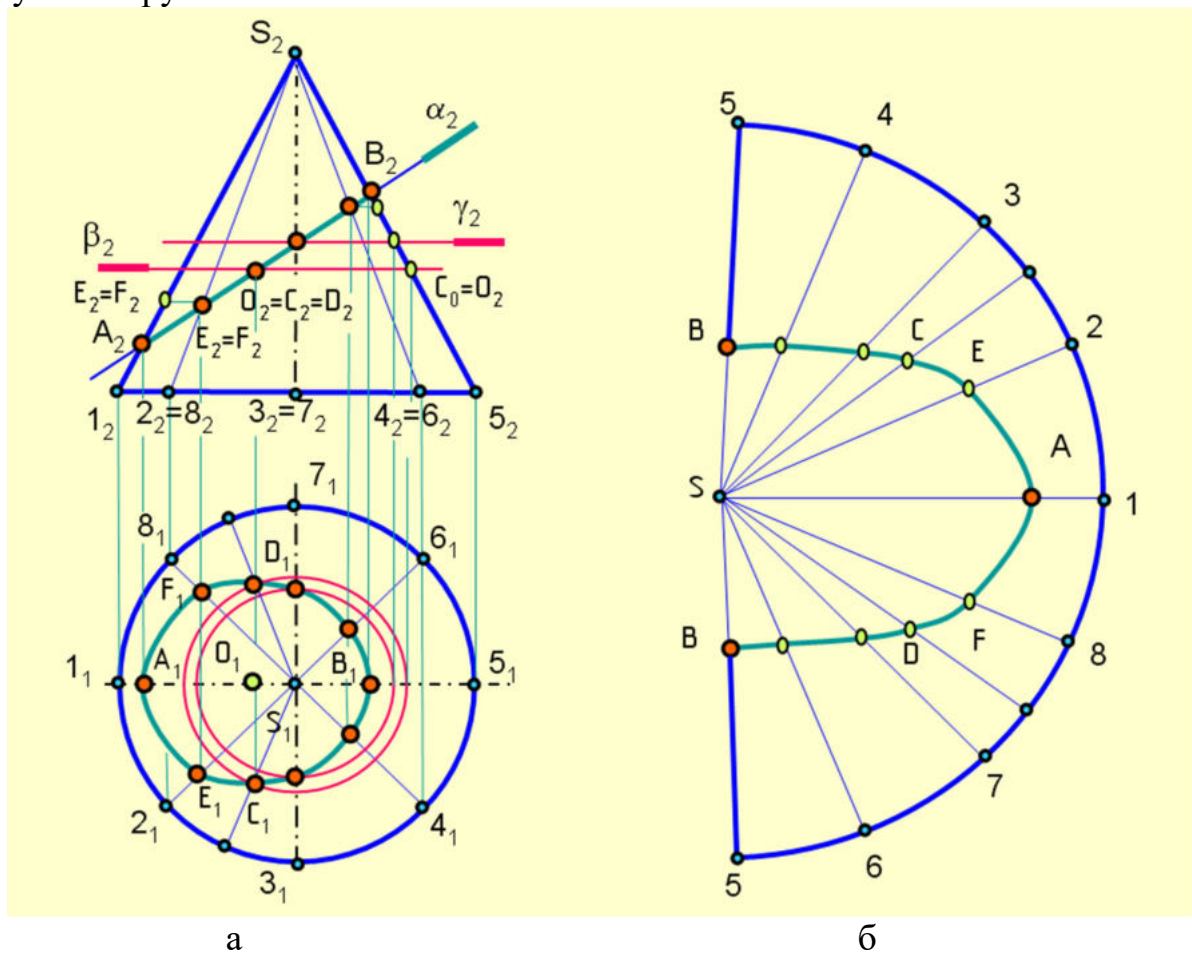


Рис. 9.9

Развертка конуса выполнена приближенно, как развертка вписанной в конус равносторонней восьмигранной призмы (основание конуса разделено на 8 равных частей). Развертка боковой поверхности конуса представляет собой сектор круга радиусом, равным длине натуральной величины образующей (очерковая образующая S_2I_2 или S_2J_2) (рис. 9.10 б). На этой окружности откладывают расстояния между точками $1_12_1, 2_13_1$ и т. д. с окружности основания конуса. Так как все проекции образующих конуса, кроме очерковых S_2I_2 и S_2J_2 , меньше натуральной величины, то точки сечения, лежащие на этих образующих, параллельно перенесены на очерковые образующие (C_0, D_0, E_0, F_0 и дру-

гие), чтобы на развертке отложить только натуральные величины отрезков образующих.

9.4. НАТУРАЛЬНЫЙ ВИД СЕЧЕНИЯ КОНУСА

На рис. 9.10 показаны натуральные виды сечений прямого кругового конуса в зависимости от положения секущей плоскости. Для построения натурального вида фигуры сечения используется один из способов перемены системы проектирования (замена плоскостей проекций, вращение фигуры вокруг проектирующей оси или вокруг линии уровня, совмещение плоскости сечения с плоскостью проекций), либо комбинация этих способов.

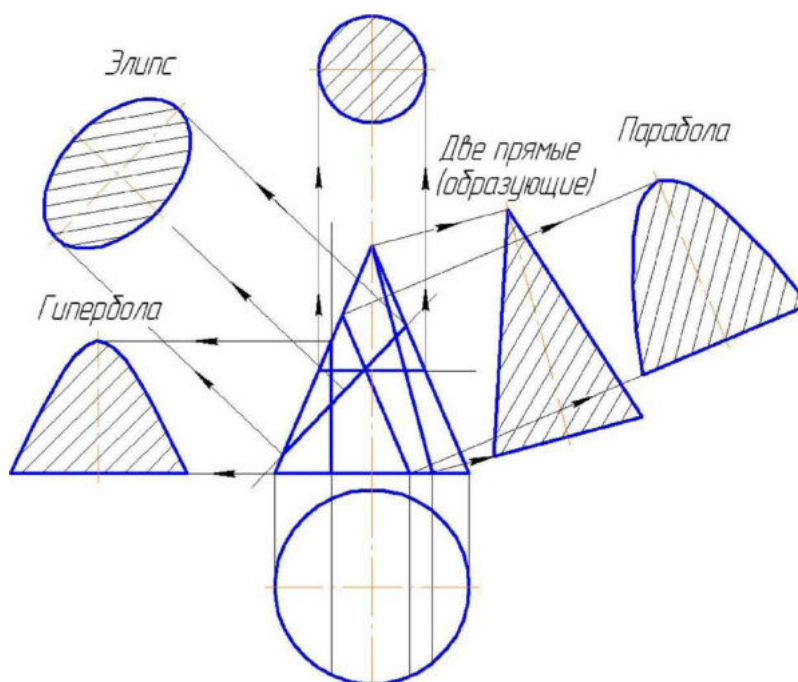


Рис. 9.10

Пример: Построить проекции и натуральный вид сечения прямого кругового конуса фронтально-проектирующей плоскостью S и развертку боковой поверхности с нанесением линии сечения (рис. 9.11).

Для построения используются вспомогательные образующие конической поверхности, пересекающие секущую плоскость.

Отрезок, полученный на следе секущей плоскости между крайними (очерковыми) образующими конуса является большой осью эллипса в сечении конуса плоскостью.

Малая ось сечения является фронтально-проецирующей прямой и находится на середине большой диагонали на Π_2 .

Натуральный вид сечения можно получить вращением фигуры относительно фронтально-проектирующей оси, проходящей через крайнюю точку сечения на Π_2 .

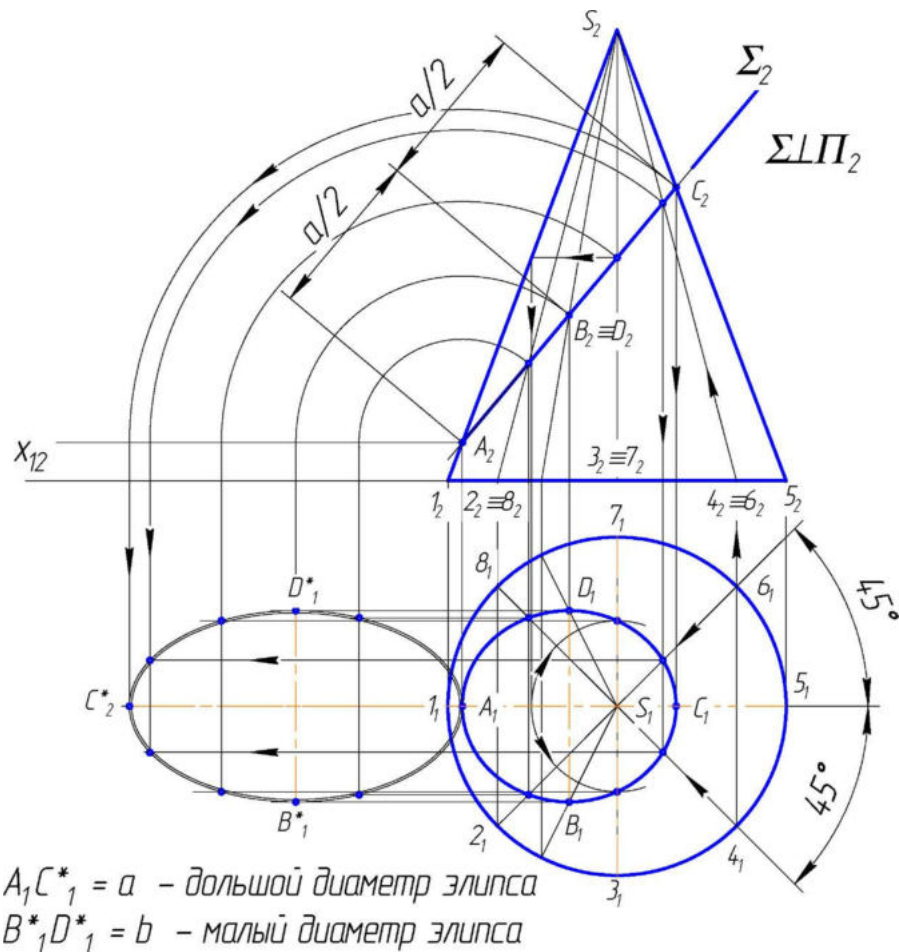


Рис. 9.11. Обозначены только некоторые, наиболее характерные вспомогательные точки и точки фигуры сечения.

Для построения развертки окружность основания делится на 8...12 равных частей (рис. 9.12).

Строится круговой сектор окружности с радиусом, равным длине образующей. Угол сектора определяется разметкой на дуге сектора радиуса l от одного из его лучей 8...12 отрезков, равных длине в разбиении основания конуса. Точки разбиения на секторе дадут образующие на развертке конуса. Для построения линии сечения на развертке необходимо натуральное значение отстояния точек сечения от вершины конуса. Для его нахождения соответствующие образующие с нанесенной на них точками сечения поворачиваются вокруг горизонтально-проектирующей оси конуса до совмещения с фронтальной плоскостью уровня, проходящей через ось конуса. Фронтальная проекция траектории движения, например, точки D будет D_2D_2' . Натуральная величина отстояния точки D от вершины конуса S будет l_D .

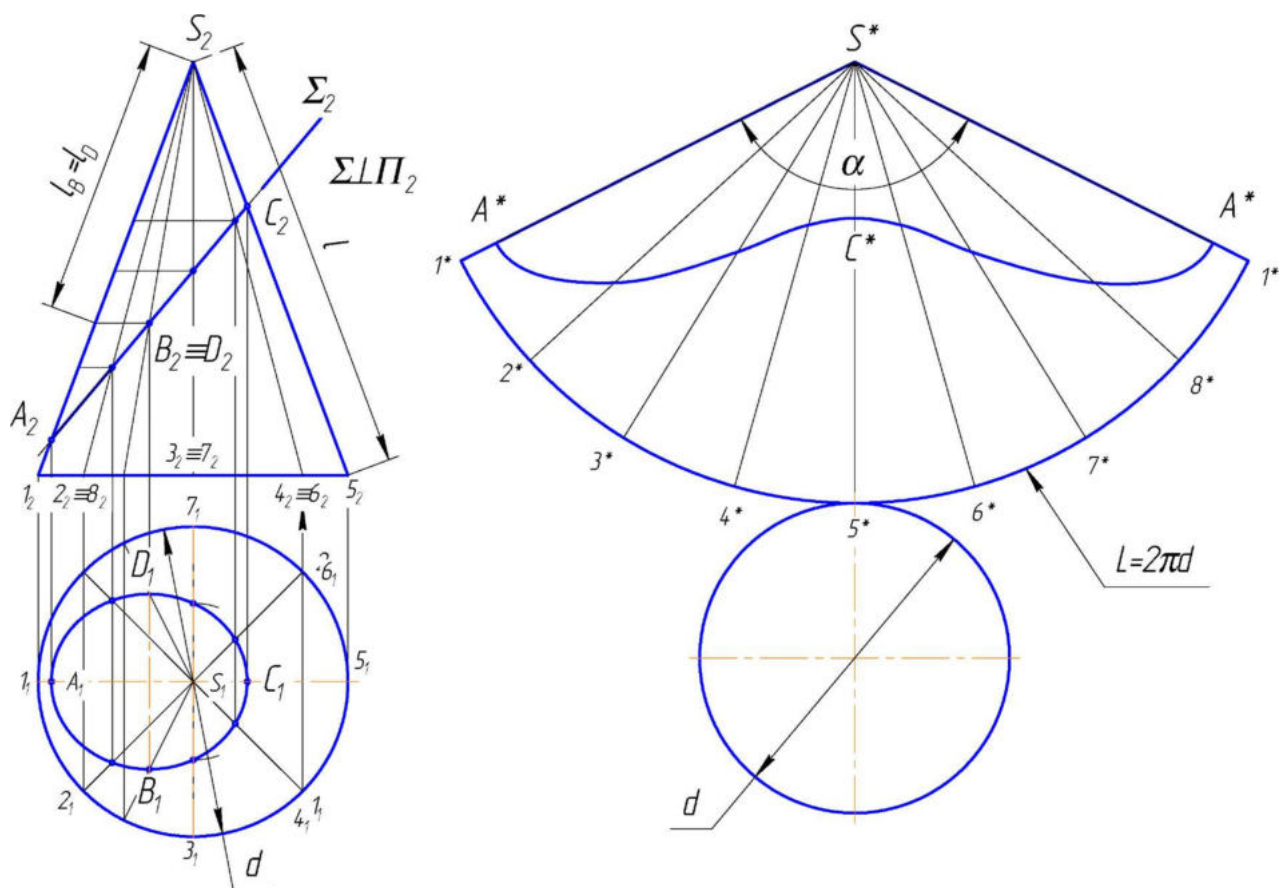


Рис. 9.12

9.5. СЕЧЕНИЕ ШАРА ПЛОСКОСТЬЮ

В сечении шара плоскостью всегда образуется окружность, которая может проецироваться в линию, эллипс или окружность.

На рис. 9.13 построено сечение шара фронтально-проецирующей плоскостью α . На фронтальной проекции сечение проецируется в линию, на горизонтальной проекции оно проецируется в виде эллипса, для построения которого достаточно построить характерные точки сечения: высшую и низшую точки (1 и 2), крайние левую и правую (3 и 4), точки видимости (5 и 6). На фронтальной проекции отмечают точки 1_2 и 2_2 пересечения плоскости α с очерком шара. По линиям связи эти точки переносят на горизонтальную проекцию (1_1 и 2_1). Для построения проекций точек 3 и 4 к секущей плоскости α проводят плоскость симметрии сечения $\gamma \perp \alpha$, которая пересекает плоскость α по линии 3-4 ($3_2=4_2$). Для построения горизонтальных проекций этих точек через точки 3_2 и 4_2 проводят вспомогательную плоскость $\beta(\beta_2)$, которая пересекает шар по окружности радиусом R . Точки 5 и 6, определяющие границу видимости линии сечения на горизонтальной проекции, лежат на очерковой окружности. Натуральная величина линии сечения равна окружности радиусом $1_2 3_2$

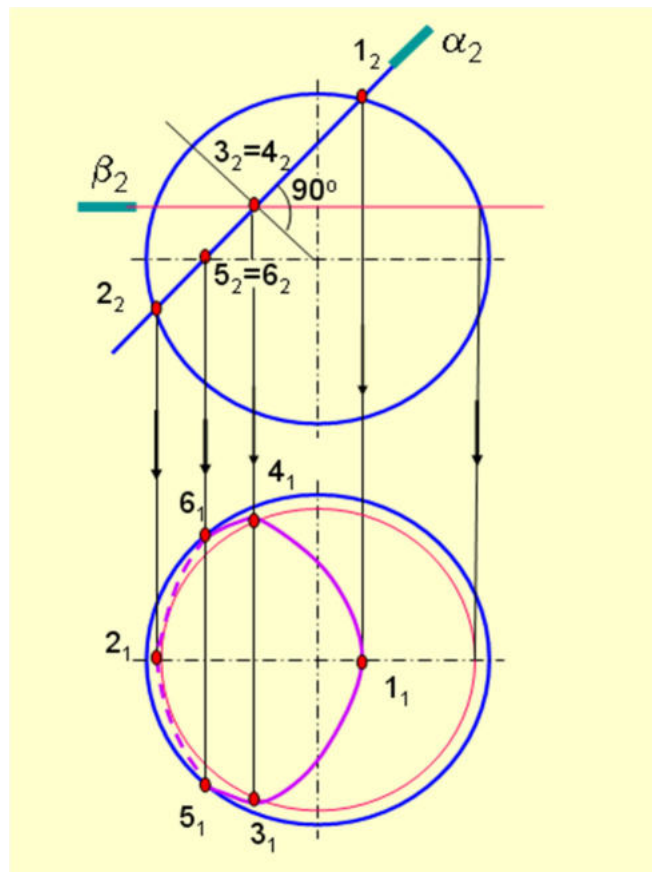


Рис. 9.13

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите все возможные виды сечения цилиндра проецирующими плоскостями. Какие фигуры при этом получатся? Приведите примеры.
2. Назовите все возможные виды сечения конуса проецирующими плоскостями. Какие фигуры при этом получатся? Приведите примеры.
3. На удобном для вас примере постройте три проекции точки, лежащей на боковой поверхности конуса.
4. На удобном для вас примере постройте три проекции точки, лежащей на боковой поверхности сферы.
5. Элементы шара. Сечение шара плоскостью. Приведите пример графического построения.
6. Методика построения сечения поверхности проецирующей плоскостью. Рассмотреть на примере конуса.
7. Методика построения сечения поверхности проецирующей плоскостью. Рассмотреть на примере сферы.

10. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ С ПОВЕРХНОСТЯМИ

Общий способ построения точек пересечения прямой линии с поверхностью заключается в следующем: через прямую проводят вспомогательную плоскость (α), находят линию пересечения этой плоскости с поверхностью (*треугольник*). Точки пересечения заданной прямой и построенной линии на поверхности будут искомыми точками пересечения прямой с поверхностью (*точки M и N*, рис. 10.1). Полная аналогия с построением точки пересечения прямой линии с плоскостью.

Вспомогательные плоскости задают таким образом, чтобы они пересекали заданные поверхности по окружностям или прямым линиям. Вспомогательная плоскость может быть проецирующей, уровня и плоскостью общего положения.

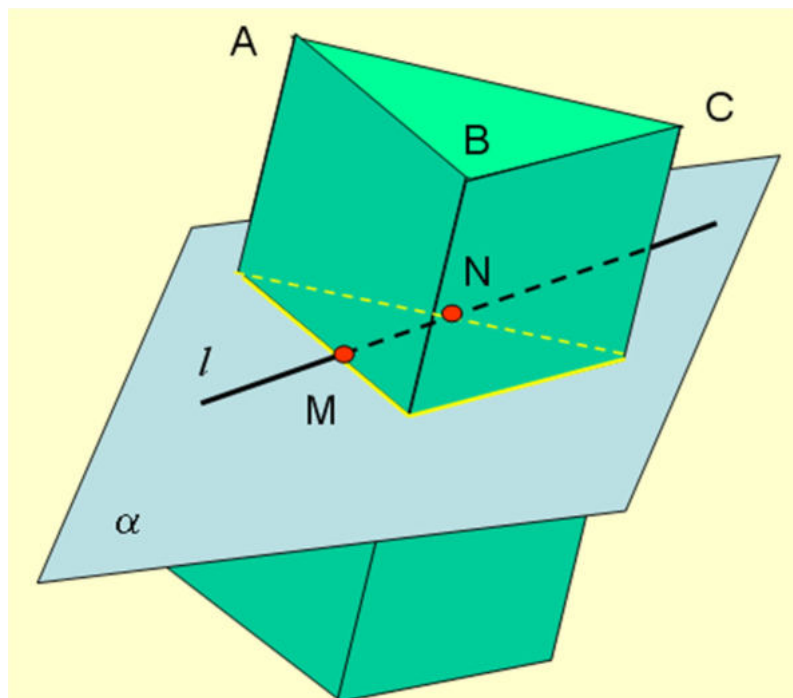


Рис. 10.1

10.1. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ПИРАМИДЫ

Пример. Построить точки пересечения прямой EF с поверхностью пирамиды (рис. 10.2).

Через прямую EF задают фронтально-проецирующую плоскость $\beta(\beta_2)$, которая пересекает пирамиду по треугольнику 123 . Стороны треугольника пересекают прямую EF в искомых точках M и N .

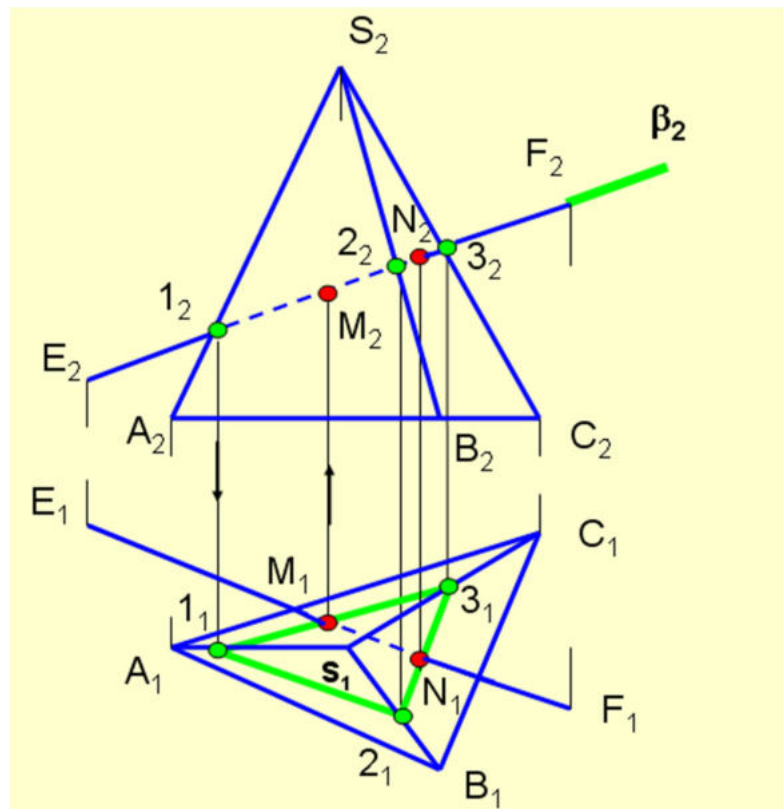


Рис. 10.2

10.2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРЯМОГО КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

Для построения точек пересечения прямой линии с поверхностью прямого кругового цилиндра не требуется дополнительных построений. На горизонтальной плоскости проекций точки пересечения (1 и 2) находятся сразу. Фронтальные проекции строим по линиям связи.

Но в общем случае, алгоритм решения рассмотрим на следующем упражнении.

Упражнение

Заданы: прямой круговой цилиндр с осью вращения, перпендикулярной плоскости проекций π_1 и прямая a общего положения (рис. 10.3).

Построить точки пересечения прямой a с поверхностью цилиндра.

Решение: Для построения точек пересечения прямой с поверхностью цилиндра необходимо:

1. Заключение прямую во вспомогательную секущую плоскость частного положения σ (горизонтально-проецирующую).
2. Построить фигуру пересечения поверхности цилиндра горизонтально-проецирующей плоскостью: результат пересечения — четырехугольник (на π_2 условно заштрихован).

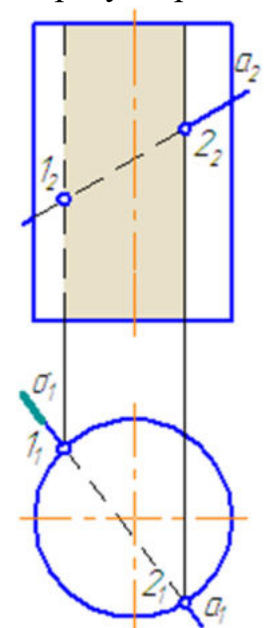


Рис.10.3

3. Найти точки «входа» и «выхода» прямой: на пересечении её фронтальной проекции с фронтальными проекциями сторон четырёхугольника (они же — проекции образующей цилиндра);

4. Прямая a пересекается со сторонами сечения в двух точках – 1 и 2.

Определим видимость участков прямой: очевидно, что между точками 1-2 прямая невидима, а на плоскости проекций π_2 будет ещё невидим участок прямой от точки 1 до левой крайней образующей.

10.3 ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПОВЕРХНОСТЬЮ КОНУСА

Пример. Пусть задан прямой круговой конус и прямая общего положения t (рис. 10.4). Найти точки «входа» и «выхода» прямой с поверхностью конуса.

1. Через прямую t проводим вспомогательную секущую плоскость σ , дающую в сечении наиболее простую фигуру.

2. Применение в качестве вспомогательной секущей плоскости проецирующей плоскости в данном случае нецелесообразно, так как в сечении получится кривая второго порядка, которую нужно строить по точкам.

Наиболее простая фигура – треугольник. Для этого секущая плоскость σ должна пройти через вершину S . Плоскость зададим с помощью двух пересекающихся прямых $\sigma = SM \cap MN$ или, что, то же самое, ($\sigma = SM \cap m$).

3. Возьмем на прямой t точку A и соединим её с вершиной. Прямая SA пересечёт плоскость основания в точке M .

4. Построим горизонтальные проекции этих объектов.

5. Продлим фронтальную проекцию прямой t до пересечения с плоскостью основания в точке N .

6. Построим её горизонтальную проекцию.

7. Соединим точки M_1N_1 , на пересечении с окружностью основания получим точки 1 и 2.

8. Строим треугольник сечения конуса плоскостью σ , соединив точки 1 и 2 с вершиной S .

9. На пересечении образующих 1- S и 2- S с прямой t получим искомые точки K и L .

10. Определим видимость прямой относительно поверхности конуса.

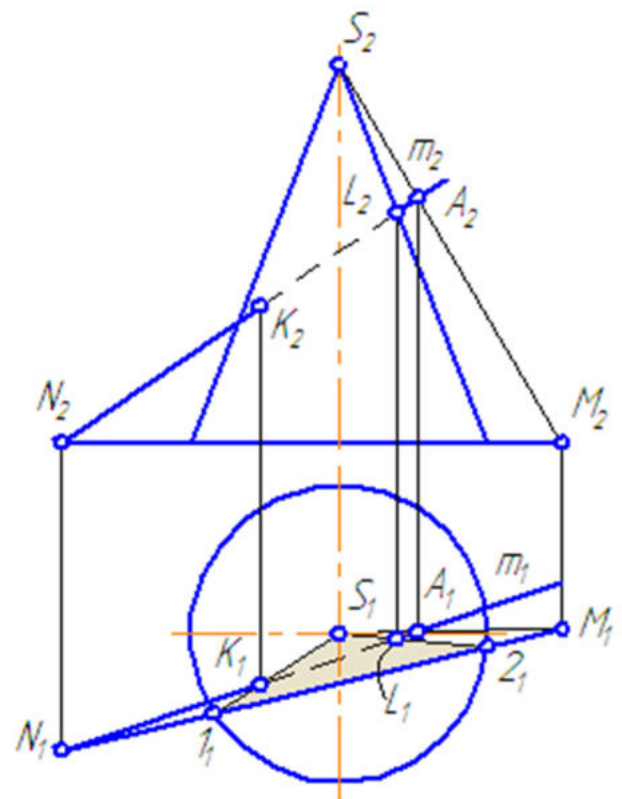


Рис. 10.4

10.4. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ СФЕРЫ ПРЯМОЙ

Плоскость пересекает поверхность сферы всегда по окружности.

Чтобы найти точки пересечения прямой с поверхностью сферы необходимо:

1. Заключить прямую во вспомогательную плоскость, пересекающую поверхность сферы так, чтобы получались простые фигуры (например, круг, ограниченный окружностью);
2. Построить фигуру пересечения сферы вспомогательной плоскостью;
3. Найти общие точки прямой и контура фигуры (окружность): так как прямая и окружность лежат в одной плоскости, то они, пересекаясь, образуют точки, общие для прямой и сферы, которые и будут являться искомыми точками (рис. 10.5).

Упражнение. Заданы: сфера и прямая общего положения AB . **Найти:** точки пересечения прямой с поверхностью сферы (точки «входа» и «выхода»).

Решение

- Через прямую проводим плоскость σ . Пусть $\sigma \perp \pi_1$ и пересекает сферу по окружности радиусом r . C – центр окружности сечения $OC \perp \sigma$;
- Введём $\pi_3 \perp \pi_1$ и $\pi_3 // \sigma_1$. Построим проекцию окружности сечения на π_3 и проекцию A_3B_3 .
- Находим точки их пересечения 1_3 и 2_3 .
- Определим видимость участков прямой.
- На π_1 точки 1 и 2 находятся на переднем полушарии, следовательно, на π_2 они видны.

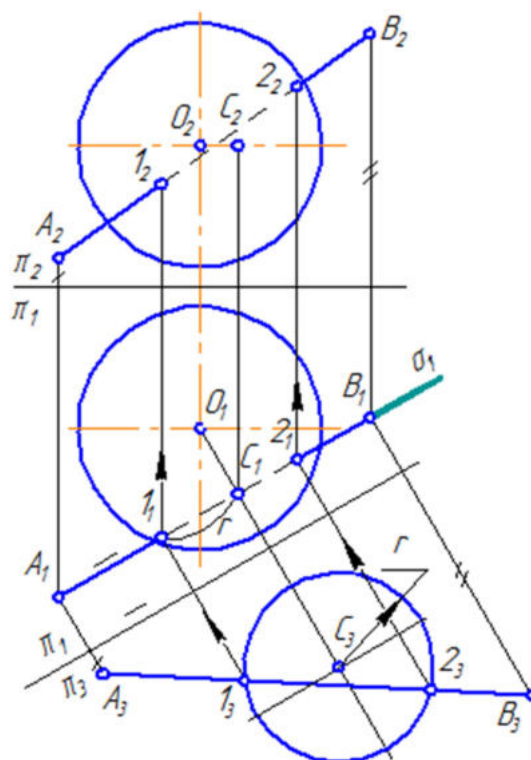


Рис. 10.5

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулировать общее правило построения точек пересечения прямой линии с поверхностью.
2. Как задают вспомогательные плоскости?
3. Могут ли быть вспомогательные плоскости проецирующими, уровня, общего положения?
4. Как построить точки пересечения прямой линии с пирамидой, сферой, цилиндром, конусом?

11. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В технике при создании сложных технических форм приходится строить линии пересечения отдельных элементарных форм, из которых составлены сложные формы.

Линии пересечения поверхностей - это линии, общие для обеих поверхностей, они могут быть плоскими или пространственными, замкнутыми или разомкнутыми кривыми или ломаными линиями.

Пересечение поверхностей может быть полным – «проницание» (рис. 11.1 а) или частичным – «врезка» (рис. 11.1 б). При полном проницании образуются две или более линии пересечения, а при врезке - только одна линия пересечения.

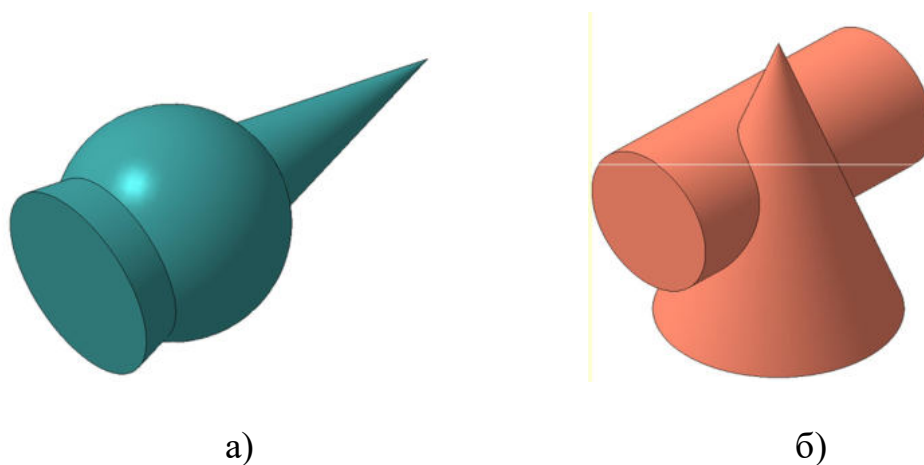


Рис. 11.1

Линия пересечения двух поверхностей представляет собой в общем случае пространственную кривую. Любая точка этой линии принадлежит как первой, так и второй поверхностям и может быть определена в пересечении линий, проведенных на этих поверхностях. Тогда имеем следующие варианты решения данной задачи:

- 1) выбирают на одной из поверхностей конечное число линий и строят точки пересечения их с другой поверхностью;
- 2) выделяют на заданных поверхностях два семейства линий и находят их точки пересечения.

Во втором варианте выделение пересекающихся пар кривых выполняют с помощью вспомогательных поверхностей посредников. В качестве поверхностей посредников наиболее часто применяют плоскости или сферы. В зависимости от вида посредников выделяют следующие наиболее часто применяемые способы построения линии пересечения двух поверхностей:

- а) способ секущих плоскостей;
- б) способ сфер.

11.1. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ

Линией пересечения многогранников является ломаная линия, плоская или пространственная. Построение линии взаимного пересечения многогранников можно производить двумя способами:

1. **Метод ребер.** Определить точки, в которых ребра одной поверхности пересекают грани другой. Через найденные точки провести ломаную линию, представляющую собой линию пересечения данных поверхностей. При этом соединять прямыми можно лишь точки, принадлежащие одной и той же грани.

2. **Метод граней.** Определить отрезки прямых, по которым грани одной поверхности пересекают грани другой. Эти отрезки являются звеньями ломаной линии пересечения данных поверхностей.

Если проекция ребра одной из поверхностей не пересекает проекции грани другой хотя бы на одной из проекций, то данное ребро не пересекает этой грани. Линия пересечения поверхностей всегда лежит в области наложения проекций этих поверхностей.

Пример. Построить линию пересечения прямой призмы и пирамиды. (рис. 11.2)

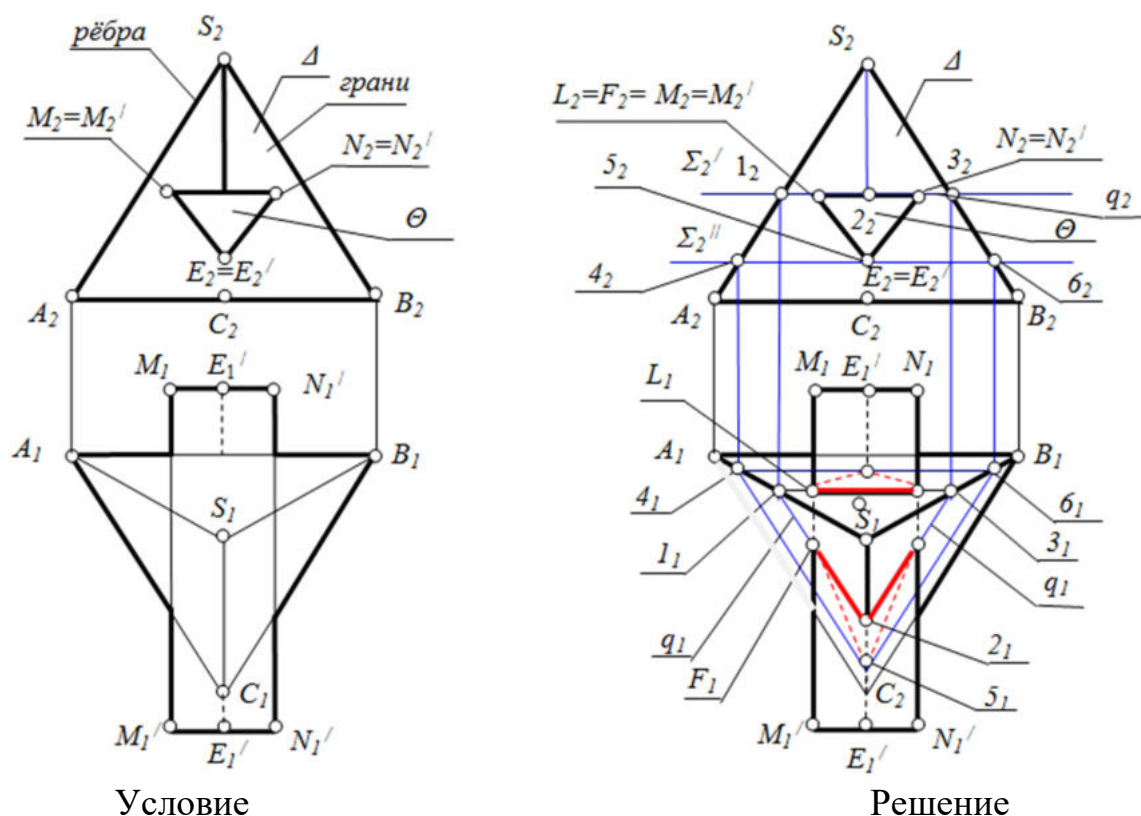


Рис. 11.2

План решения:

1. Строим точки пересечения ребер призмы с гранями пирамиды. Для этого используем плоские посредники Σ' и Σ'' (горизонтальные плоскости уровня).

2. Находим линию пересечения посредника Σ' с поверхностью пирамиды. Данной линией пересечения является треугольник 1,2,3. Точки пересечения

указанного треугольника с ребром $M_1 M_1'$ определяют точки L и F , принадлежащие линии пересечения.

$$\Sigma' \cap \Delta = q(123).$$

3. Соединяем точки пересечения рёбер призмы с гранями пирамиды и получаем искомую линию пересечения поверхностей. Определяем видимость линии пересечения и очерков поверхностей.

Пример. Построить линию пересечения прямой призмы и пирамиды (рис. 11.3).

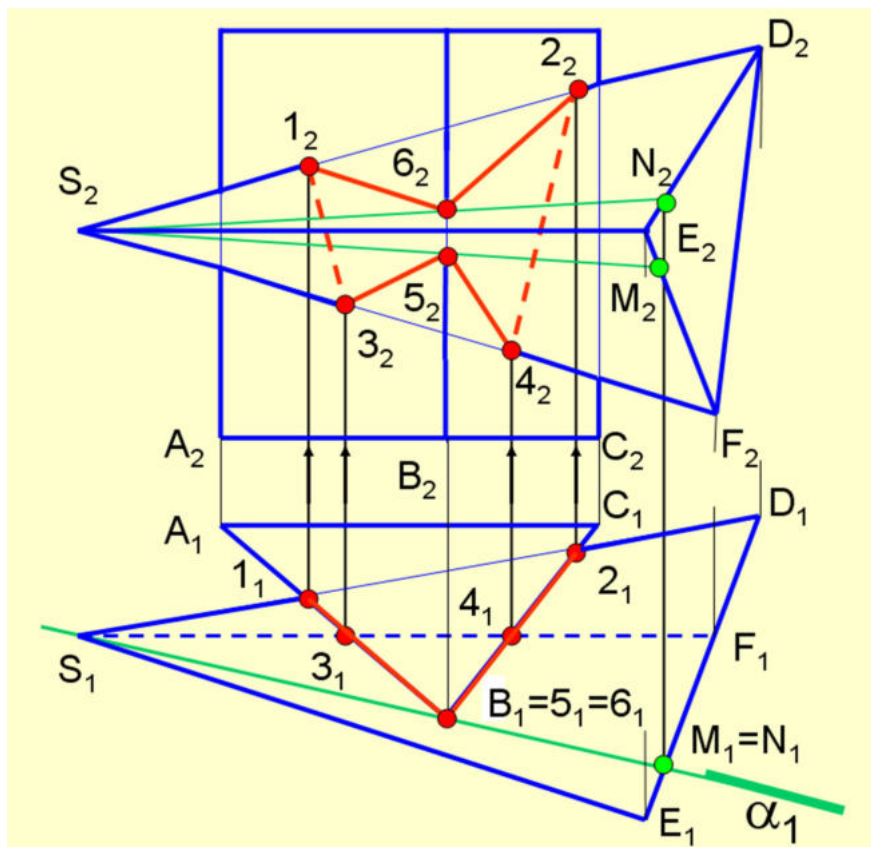


Рис. 11.3

Заданы две гранные поверхности, при этом призма врезается в пирамиду. Поэтому линией пересечения является одна ломаная пространственная линия. Горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с очерком призмы, так как боковые грани призмы являются горизонтально проецирующими плоскостями. Точки 1,2,3,4 являются точками пересечения ребер пирамиды SD и SF с гранями призмы. Точки 5 и 6 построены как точки пересечения ребра B призмы с гранями пирамиды. Для этого через вершину пирамиды S задана вспомогательная плоскость α , которая пересекает пирамиду по треугольнику SMN . Точки 5 и 6 есть результат пересечения линий SM и SN с ребром B . Видимыми отрезками линии пересечения будут те, которые принадлежат видимым граням. Количество точек линии пересечения равно удвоенному числу ребер пересечения.

11.2. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ВРАЩЕНИЯ. СПОСОБ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ

Общий способ построения линии пересечения таких поверхностей заключается в том, что точки линии пересечения находят при помощи вспомогательных плоскостей. Секущие плоскости выбирают так, чтобы они пересекали заданные поверхности по окружностям или прямым линиям.

Сначала строят точки пересечения ребер многогранника с поверхностью вращения. Линией пересечения таких поверхностей является кривая линия с точками излома на ребрах многогранника.

Пример. Построить линию пересечения прямого кругового конуса с прямой призмой (рис. 11.4).

На фронтальной проекции линия пересечения совпадает с контуром призмы.

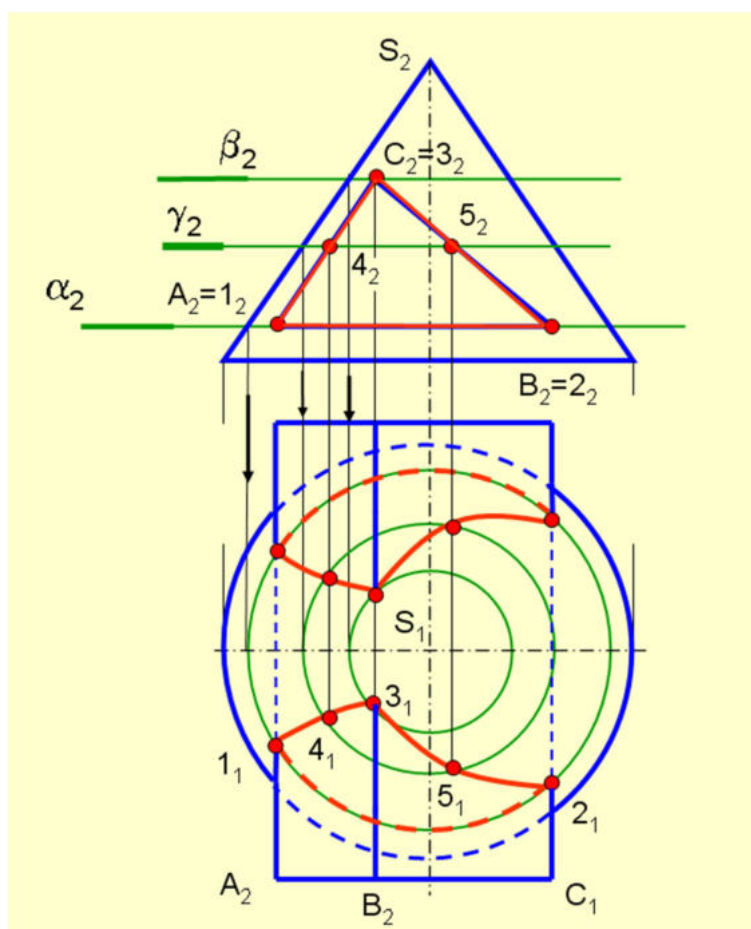


Рис. 11.4

Призма проникает конус, поэтому образуются две линии пересечения, каждое ребро призмы пересекает поверхность конуса в двух точках. Точки обозначены только на одной линии пересечения. Через грань призмы AB задана плоскость α и определен характер линии пересечения между точками 1 и 2 (окружность). Затем задана плоскость β через ребро призмы C и определена точка 3. Плоскость γ пересекает конус по окружности, а призму – по прямым линиям (точки 4 и 5).

11.3. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ

Линией взаимного пересечения кривых поверхностей является множество точек, общих для данных поверхностей. Из этого множества выделяют характерные (опорные, или главные) точки, с которых следует начинать построение этой линии. К таким точкам относятся:

- **экстремальные** точки - верхняя и нижняя точки линии пересечения относительно той или иной плоскости проекций;
- точки, расположенные на очерковых образующих поверхностей, которые определяют границы видимости, точки пересечения оснований, и т.д.

Для уточнения формы линии пересечения используются вспомогательные точки.

Для определения точек часто пользуются вспомогательными секущими поверхностями. Поверхности-посредники пересекают данные поверхности по линиям, которые, в свою очередь, пересекаются в точках линии пересечения данных поверхностей.

Секущие поверхности-посредники выбираются так, чтобы они, пересекаясь с данными поверхностями, давали простые для построения линии, например прямые и окружности.

Из общей схемы построения линии пересечения поверхностей выделяют два основных метода - метод **секущих плоскостей** и метод **секущих сфер**.

Следует иметь в виду, что линия пересечения двух поверхностей в проекциях всегда располагается в зоне общей для этих пересекающихся поверхностей

Характер линии пересечения кривых поверхностей зависит от формы поверхностей и от их взаимного положения. Линия пересечения имеет форму замкнутой или незамкнутой кривой, за исключением случаев, когда пересекаются два цилиндра, оси вращения которых параллельны, когда пересекаются два конуса вершины которых совпадают. В этих случаях линия пересечения прямая.

Задача на построение линии пересечения значительно упрощается, если одна поверхность занимает проецирующее положение. Для этого целесообразно воспользоваться преобразованием чертежа, чтобы представить пересекающиеся поверхности в частном положении или воспользоваться третьей проекцией.

Например (рис. 11.5), на Π_3 цилиндр занимает проецирующее положение.

Рассмотрим некоторые случаи взаимного расположения поверхностей, которые определяют характер линии пересечения.

1. Поверхности могут полностью или не полностью пересекаться (рис. 11.6). В случае неполного проникновения (рис. 11.6а.) линия пересечения – замкнутая или незамкнутая пространственная кривая линия, симметричная очерковой образующей. В случае полного проникновения (рис. 11.6 б.) линия пересечения состоит из двух симметричных частей. На рисунке 11.6 в две симметричные части кривой соединяются в точке касания. Проникновение с точкой касания.

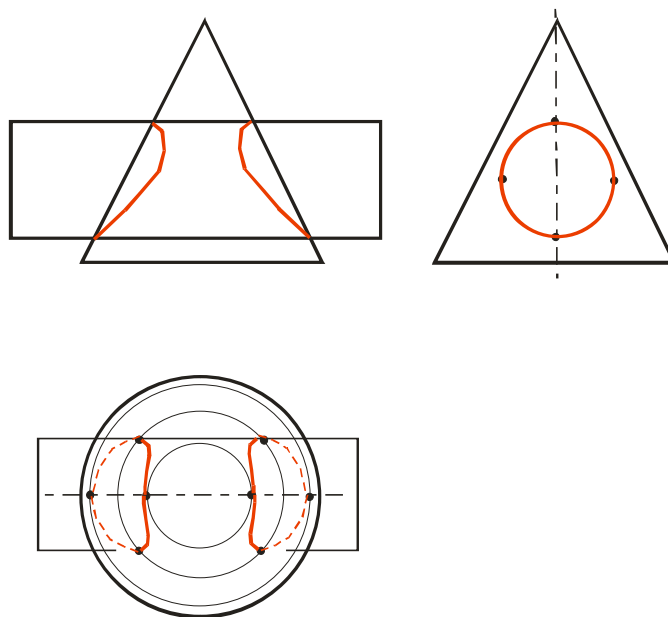


Рис. 11.5

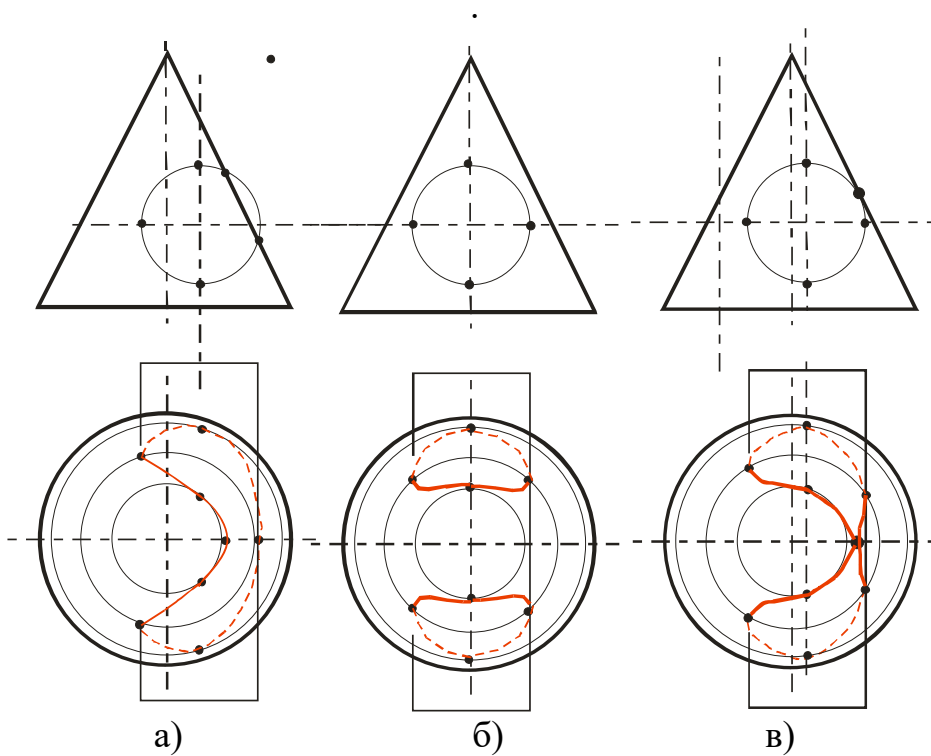


Рис. 11.6. Пересечение конуса и цилиндра
а) неполное проникновение;
б) полное проникновение;
в) проникновение с точкой касания.

11.4. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ТОЧЕК КРИВОЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ПОВЕРХНОСТЕЙ СПОСОБОМ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ ПЛОСКОСТЕЙ

1. Выполним анализ кривых пересечения цилиндра и конуса (рис. 11.7): у данных тел есть общая плоскость симметрии, параллельная плоскости проекций π_2 , следовательно, (согласно второй теореме Монжа) на π_2 кривые пересечения тел 4-го порядка проецируются в виде кривых второго порядка. Поскольку при этом получается две ветви, следовательно, это будет гипербола.

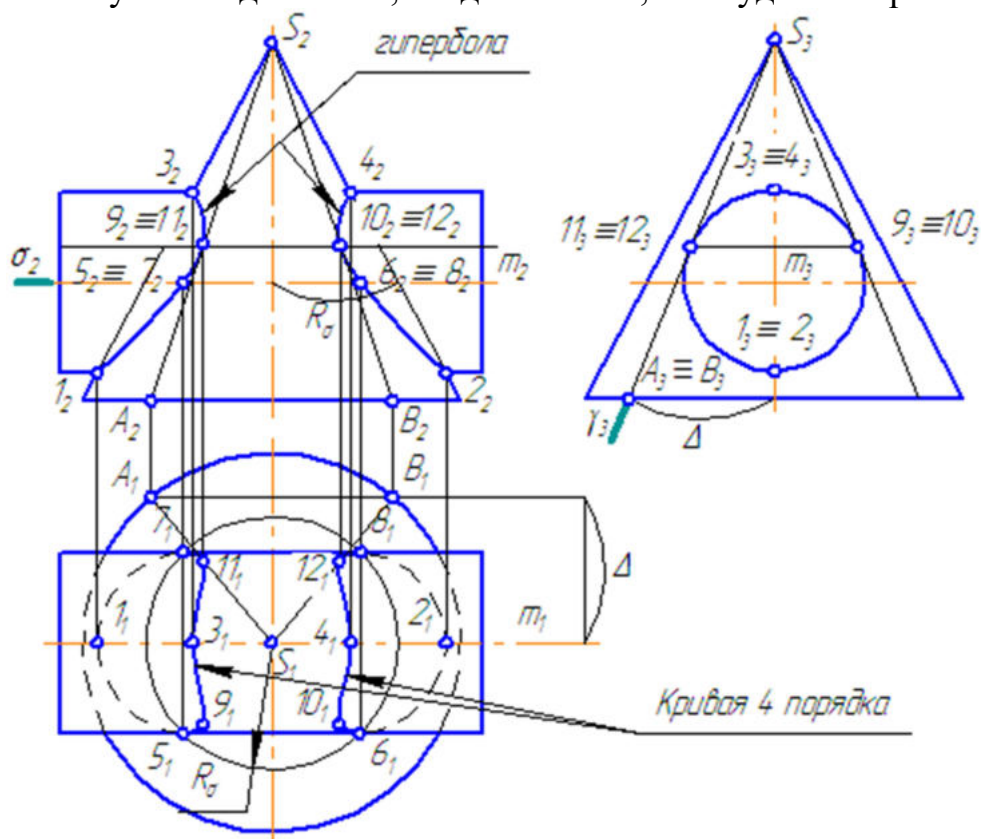


Рис. 11.7 – Построение линии пересечения конуса и цилиндра

2. Строим характерные точки: пересечение крайних образующих на π_2 цилиндра и конуса, точки 1, 2, 3, 4.

3. Для нахождения точек, лежащих на крайних образующих на π_1 цилиндра, введём плоскость $\sigma \perp \pi_2$ и $\sigma // \pi_1$ проходящую через фронтальную проекцию оси вращения цилиндра. В результате данная плоскость пересечет цилиндр по крайним образующим, а конус – по окружности радиусом R_σ . Построенные на π_1 сечения пересекутся в точках 5, 6, 7, 8. По линии проекционной связи строим их фронтальные проекции.

4. Для построения самых близких друг к другу точек кривой на π_2 введём плоскость $\gamma \perp \pi_3$, проходящую через вершину конуса и касательную к цилиндру. Данная плоскость пересечёт конус по треугольнику SAB . Построив образующие конуса SA , SB и цилиндра 11-12, на их пересечении определим точки 11, 12. Точки 9, 10 построим симметрично точкам 11 и 12.

5. Для построения дополнительных промежуточных точек, можно ввести вспомогательные секущие плоскости (посредники) параллельно σ .

Пример. Рассмотрим применение вспомогательных секущих плоскостей на примере построения линии пересечения сферы с конусом вращения (рис. 11.8).

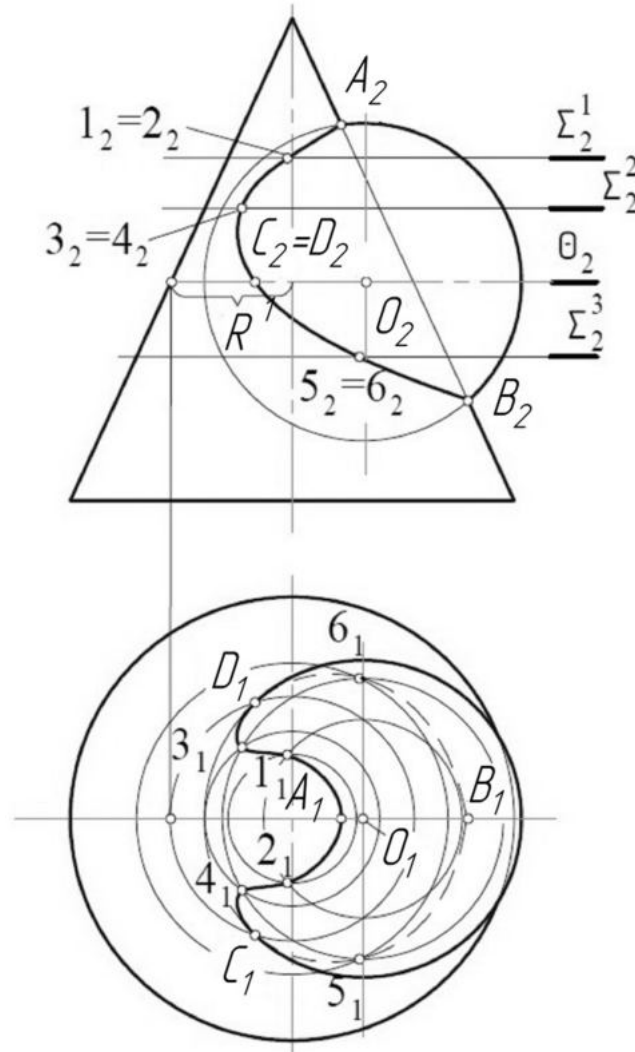


Рис. 11.8 - Применение способа вспомогательных секущих плоскостей

Заданные поверхности – поверхности вращения. Оси заданных поверхностей параллельны Π_2 , (любой диаметр сферы может быть принят за ось вращения), а их общая плоскость симметрии параллельна фронтальной плоскости проекций. Следовательно, на заданных поверхностях можно выделить два семейства окружностей, расположенных в плоскостях, параллельных горизонтальной плоскости проекций. Это значит, что для решения данной задачи можно использовать в качестве посредников горизонтальные плоскости уровня.

Характерными точками проекций линии пересечения поверхностей являются точки A, B и C, D . Точки A, B находятся в пересечении очерковых образующих поверхностей, т.к. эти образующие расположены в одной секущей плоскости Φ , проходящей по плоскости симметрии поверхностей. A и B высшая и

низшая точки линии пересечения. Точки C и D являются точками видимости горизонтальной проекции линии пересечения. Их построения выполнены в такой последовательности:

- 1) через центр сферы O проведена горизонтальная плоскость уровня Θ ;
- 2) построена горизонтальная проекция окружности радиуса R^1 , по которой плоскость Θ пересекает коническую поверхность; эта же плоскость пересекает сферу по экватору (окружности максимального радиуса);
- 3) построена горизонтальная проекция окружности радиуса R^1 , по которой плоскость Θ пересекает коническую поверхность; эта же плоскость пересекает сферу по экватору (окружности максимального радиуса);
- 4) определены точки C_1, D_1 пересечения окружности радиуса R^1 с очерком сферы;
- 5) установлены фронтальные проекции точек $C(C_2), D(D_2)$ из условия принадлежности их плоскости Θ .

Для построения промежуточных точек $1(1_1, 1_2), 2(2_1, 2_2), \dots, 6(6_1, 6_2)$ линии пересечения заданных поверхностей используем плоскости Σ_2^1, Σ_2^2 и Σ_2^3 .

Полученные точки соединим плавной кривой линией. Видимость линии пересечения определяется в каждой плоскости проекций.

Затем устанавливаются участки, видимые одновременно для обеих поверхностей. Так, при проецировании коническая поверхность своих точек не закрывает, а сфера закрывает точки, расположенные ниже горизонтального контура. Точки C и D , расположенные на горизонтальном очерке, отделяют видимую часть линии от невидимой. Невидимая часть показана штриховой линией. На Π_2 проекции видимой части линии пересечения совпадает с проекцией невидимой, так как фронтальные очерки обеих поверхностей расположены в плоскости симметрии поверхностей.

Пример. Построить линию пересечения прямого кругового конуса с цилиндром (рис. 11.9).

В данном примере линию пересечения строят также способом секущих плоскостей. Цилиндр фронтально - проецирующий, поэтому линия пересечения на фронтальной проекции совпадает с контуром цилиндра.

Чтобы построить горизонтальную проекцию линии пересечения, задают вспомогательные плоскости, которые пересекают конус по окружностям, а цилиндр - по прямым линиям. Точки пересечения этих линий лежат на линии пересечения поверхностей. Заданные поверхности врезаются друг в друга, а линия пересечения представляет собой пространственную замкнутую кривую линию.

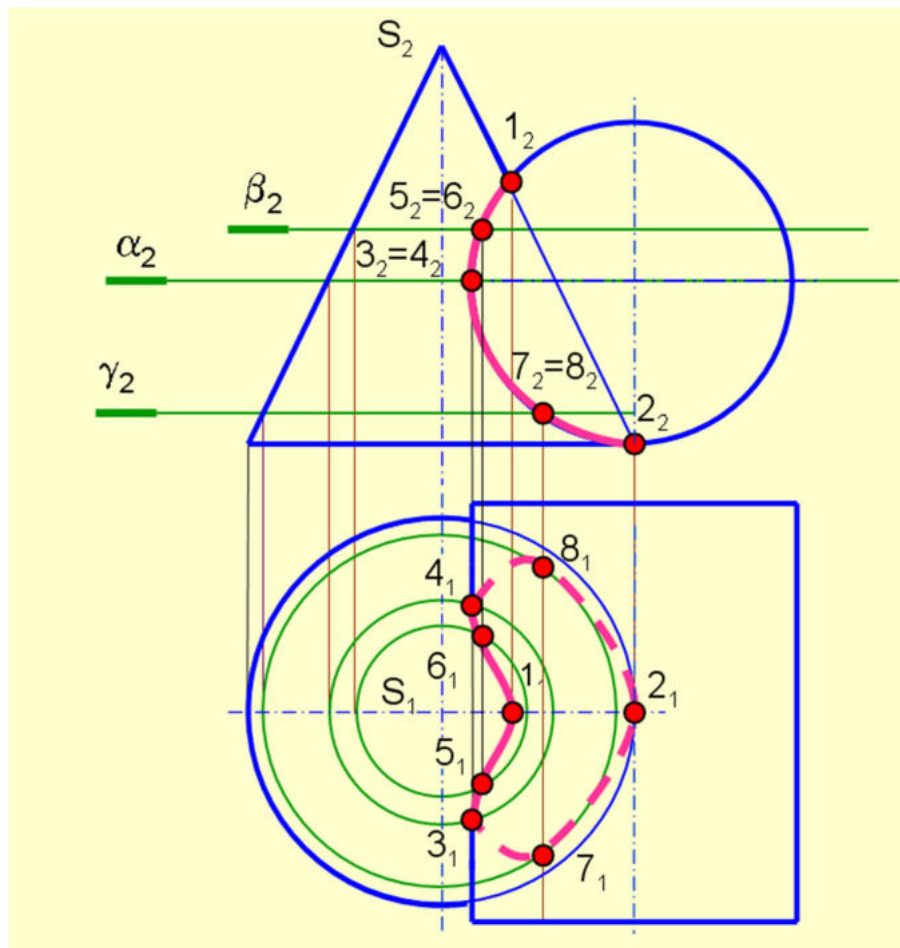


Рис. 11.9

Построение начинают с определения точек пересечения контурных или очерковых линий (точки 1 и 2). Плоскость α проводят через границу видимости (точки 3 и 4). Плоскости β и γ дают промежуточные точки 5, 6 и 7, 8.

11.5. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЫЕ СЛУЧАИ ВЗАИМНОГО ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

1. *Соосные поверхности вращения* - пересекаются по окружностям, которые лежат в плоскостях, перпендикулярных оси вращения. Число окружностей пересечения равно числу точек пересечения главных меридианов (очерков).

Соосными называют поверхности, имеющие общую ось вращения (рис. 11.10).

2. Если две поверхности вращения описаны вокруг общей сферы, то линия пересечения этих поверхностей распадается на две плоские кривые второго порядка. Это положение носит название теоремы Монжа.

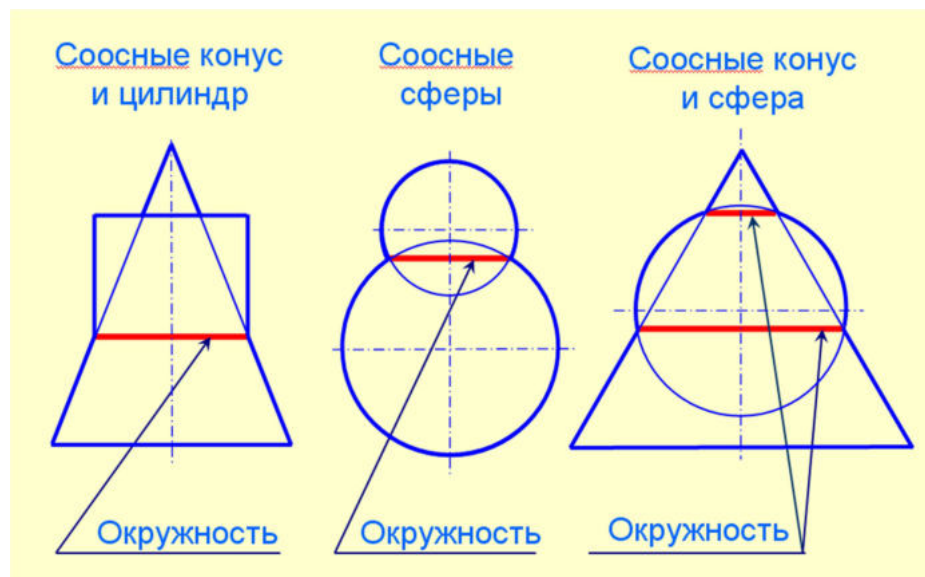


Рис. 11.10

На рис. 11.11 приведены примеры пересечения двух цилиндров и цилиндра с конусом. Линией пересечения этих поверхностей являются эллипсы.

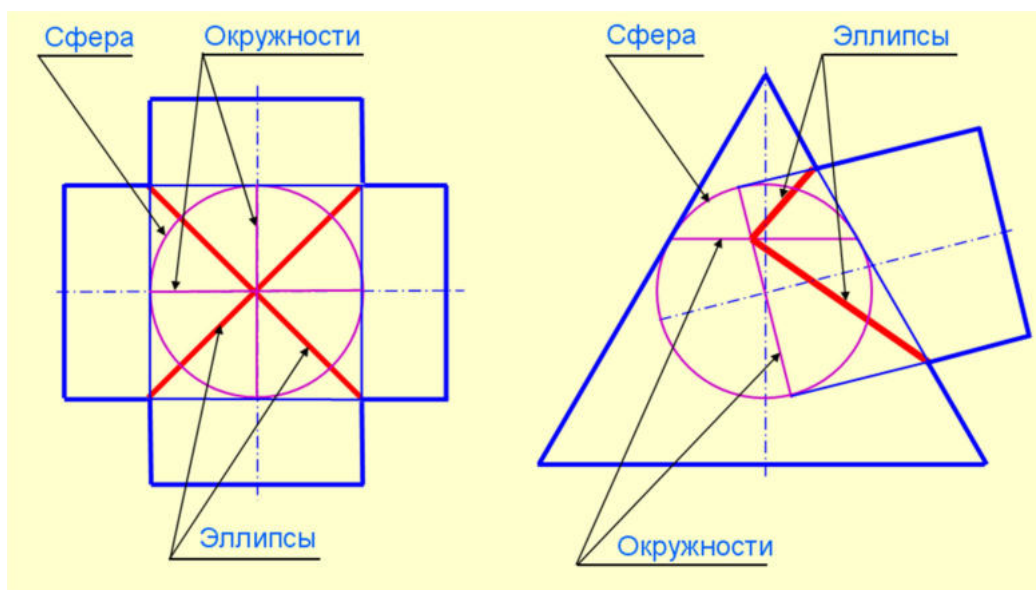


Рис. 11.11

11.6. СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ СЕКУЩИХ СФЕР (КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ)

Способ концентрических сфер применяют в том случае, когда оси поверхностей вращения пересекаются и лежат в плоскости, параллельной плоскости проекций. Построение линии пересечения начинают с построения точек пересечения контурных линий. Затем проводят предельные сферы $R_{\min}$ и $R_{\max}$.

Сфера минимального радиуса должна касаться одной поверхности и пересекать другую. Радиус максимальной сферы равен расстоянию от центра до самой удаленной точки линии пересечения.

Пример. Построить линию пересечения цилиндра и усеченного конуса. Их оси пересекаются и параллельны Π_2 (рис. 11.12).

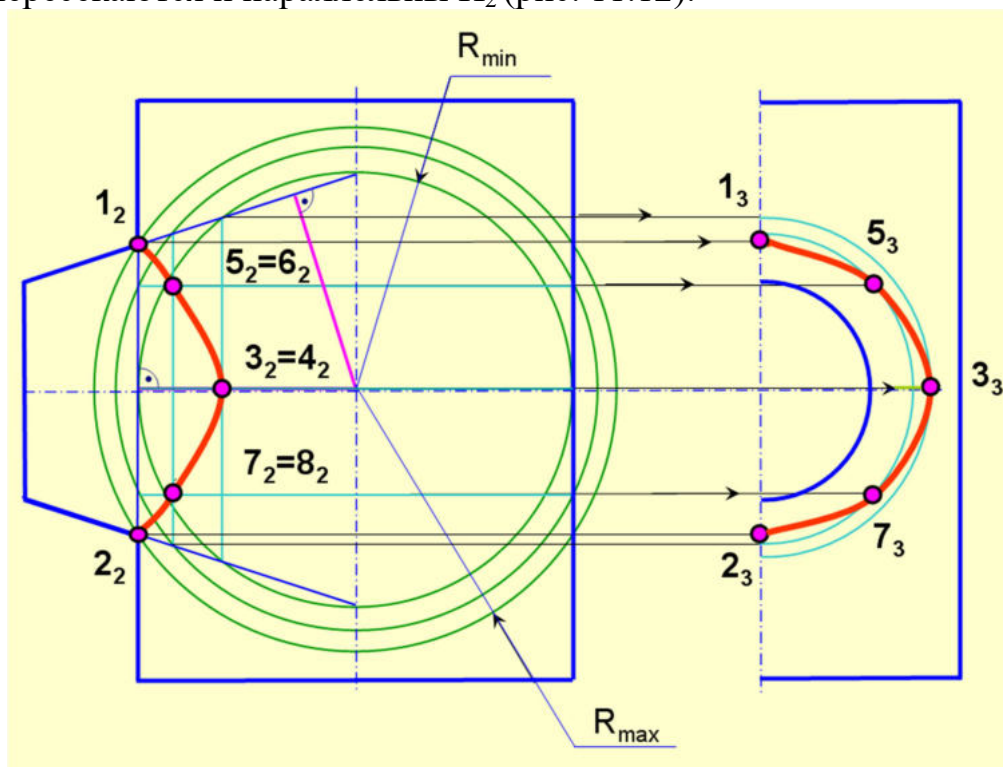


Рис. 11.12

Вспомогательные сферы образуют как с конусом, так и с цилиндром соосные поверхности и пересекают их по окружностям. Точки пересечения этих окружностей принадлежат линии пересечения заданных поверхностей. Так как происходит врезка поверхностей, то линией пересечения заданных поверхностей является одна замкнутая пространственная кривая линия.

Построение начинают с точек пересечения очерковых линий поверхностей – точки 1 и 2. При помощи сферы $R_{\min}$ получены точки 3, а с помощью промежуточной сферы получены точки 4 и 5. На профильную проекцию точки пересечения переносят при помощи окружностей, принадлежащих поверхности конуса.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте методы нахождения линии пересечения поверхностей.
2. Что такое экстремальные точки линии пересечения поверхностей.
3. Охарактеризуйте метод вспомогательных секущих поверхностей (пример).
4. Охарактеризуйте метод секущих сфер (пример).
5. Опишите частные случаи пересечения поверхностей второго порядка.

12. ПОВЕРХНОСТИ

Поверхности составляют широкое многообразие нелинейных фигур трехмерного пространства. Инженерная деятельность человека связана непосредственно с конструированием, расчетом и, изготовлением различных поверхностей. Большинство задач прикладной геометрии сводится к автоматизации конструирования, расчета и воспроизведения сложных технических поверхностей. Способы формообразования и отображения поверхностей методами начертательной геометрии составляют основу инструментальной базы трехмерного моделирования современных графических редакторов.

Поверхность – абстрактная фигура, не имеющая толщины. Она ограничивает какое-либо тело, состоящее из металла, пластмассы и т.д. Тело конечно, а поверхность может быть бесконечна. Например, шар ограничен сферой; боковой поверхностью конуса является коническая поверхность.

12.1. ЗАДАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ

Существуют три способа задания кривых поверхностей:

1. *Аналитический* - при помощи уравнений;
2. При помощи *каркаса*;
3. *Кинематический*, т. е. перемещением линий в пространстве.

Составлением уравнений поверхностей занимается аналитическая геометрия; она рассматривает кривую поверхность как множество точек, координаты которых удовлетворяют некоторому уравнению.

При каркасном способе задания кривая поверхность задается совокупностью некоторого количества линий, принадлежащих поверхности. В качестве линий, образующих каркас, как правило, берут семейство линий, получающихся при пересечении поверхности рядом параллельных плоскостей. Этот способ применяется при проектировании кузовов автомобилей, в самолето- и судостроении, в топографии и т. п.

В начертательной геометрии фигуры задаются графически, поэтому целесообразно поверхность рассматривать как совокупность всех последовательных положений некоторой перемещающейся в пространстве линии.

Подвижную линию принято называть ***образующей***, неподвижные – ***направляющими***. Такой способ образования поверхности принято называть ***кинематическим***.

Примером такого способа могут служить все технологические процессы обработки металлов режущей кромкой, когда поверхность изделия несет на себе «отпечаток» режущей кромки резца, т.е. её поверхность можно рассматривать как множество, линий конгруэнтных профилю резца.

Множество линий, заполняющих поверхность так, что через каждую точку поверхности проходит в общем случае одна линия этого множества, называется ***каркасом*** поверхности.

Проекции каркаса могут быть построены, если задан *определитель* поверхности – совокупность условий, задающих поверхность в пространстве и на чертеже.

Различают две части определителя: геометрическую и алгоритмическую.

Геометрическая часть определителя представляет собой набор постоянных геометрических элементов (точек, прямых, плоскостей и т.п.), которые могут и не входить в состав поверхности.

Вторая часть – алгоритмическая (описательная) – содержит перечень операций, позволяющий реализовать переход от фигуры постоянных элементов к непрерывному каркасу.

12.2. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Классифицируют поверхности, как правило, в зависимости от формы образующей и закона ее перемещения в пространстве.

Поверхность называется *линейчатой*, если она может быть образована перемещением прямой линии. Поверхность, которая не может быть образована движением прямой линии, называется *нелинейчатой*. Например, конус вращения – *линейчатая* поверхность, а сфера – *нелинейчатая*. Через любую точку линейчатой поверхности можно провести, по крайней мере, одну прямую, целиком принадлежащую поверхности. Множество таких прямых представляет собой непрерывный *каркас* линейчатой поверхности. Линейчатые поверхности разделяются на два вида:

- *развертывающиеся* поверхности;
- *неразвертывающиеся*, или *косые* поверхности.

Поверхность называется *развертывающейся*, если она может быть совмещена с плоскостью без образования складок и разрывов.

Неразвертывающиеся поверхности невозможно совместить с плоскостью без образования складок и разрывов.

12.2.1. Гранные поверхности

Гранные поверхности были достаточно подробно рассмотрены ранее. Напомним. Поверхность, образованная частями попарно пересекающихся плоскостей, называется *многогранной*. На рис. 12.1 изображены некоторые виды гранных поверхностей.

Их элементами являются *грани*, *ребра* и *вершины*. Плоскости, образующие многогранную поверхность, называются *гранями*, линии пересечения смежных граней – *ребрами*, точки пересечения не менее чем трех граней – *вершинами*.

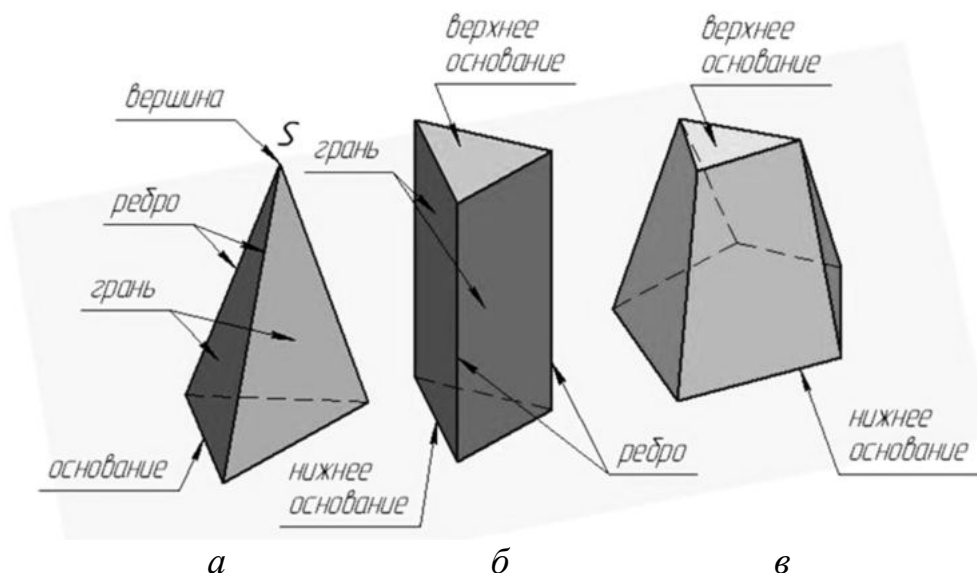


Рис. 12.1 - Гранные поверхности
а) пирамида, б) призма, в) призматойд.

12.2.2. Торсовые поверхности

Торсовой называют поверхность, образованную при движении прямолинейной образующей по криволинейной направляющей.

Существует три вида таких поверхностей: *торсы*, конические и цилиндрические поверхности (рис. 12.2).

Цилиндрическая поверхность (рис.12.2а) образуется движением прямой линии, скользящей по некоторой неподвижной замкнутой или незамкнутой кривой и остающейся параллельной своему исходному положению. Множество прямолинейных образующих представляет собой непрерывный каркас цилиндрической поверхности. Через каждую точку поверхности проходит одна прямолинейная образующая.

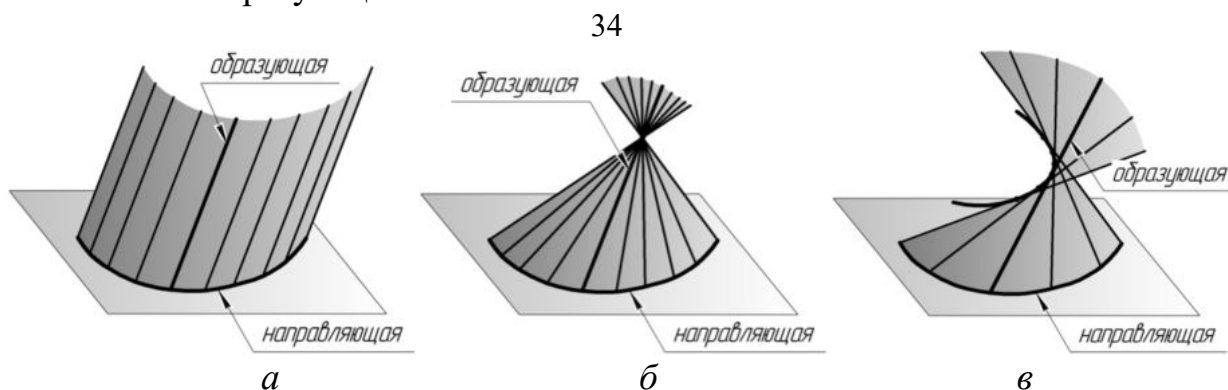


Рис. 12.2 - Поверхности:
а) торсовая цилиндрическая, б) торсовая коническая, в) торс

Часть замкнутой цилиндрической поверхности, заключенная между двумя плоскими параллельными сечениями, называется *цилиндром*, а фигуры сечения – его *основаниями*.

Коническая поверхность (рис.37 б) образуется движением прямой линии, скользящей по некоторой неподвижной замкнутой или незамкнутой кривой и проходящей во всех своих положениях через неподвижную точку.

Конусом называется Часть замкнутой конической поверхности, ограниченная вершиной и какой-либо плоскостью, пересекающей все ее образующие. Фигура сечения конической поверхности этой плоскостью называется *основанием конуса*.

12.2.3. Поверхности с плоскостью параллелизма

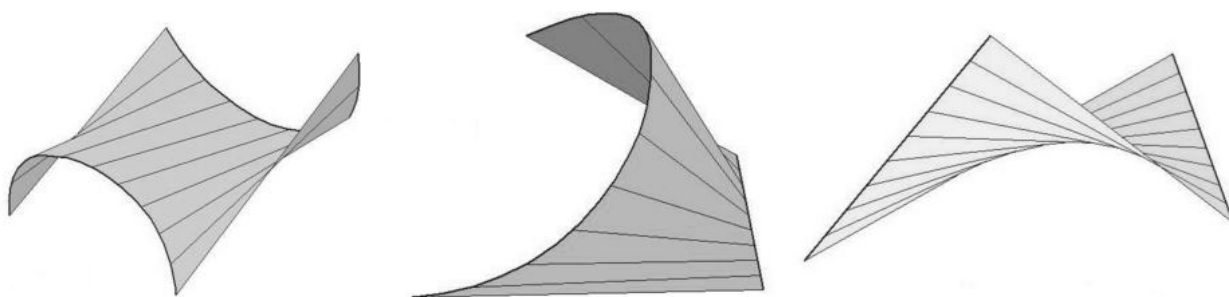
Поверхности с плоскостью параллелизма в общем случае образуются движением прямолинейной образующей по трем направляющим линиям, которые однозначно задают закон ее перемещения.

Направляющие линии могут быть *кривыми* и *прямыми*. Разновидностями косых поверхностей являются *линейчатые поверхности с направляющей плоскостью* и частные их виды - *линейчатые поверхности с плоскостью параллелизма* (поверхности Каталана).

Поверхности с плоскостью параллелизма в аналогичных случаях соответственно называются *прямыми цилиндроидами*, *прямыми коноидами* и *косой плоскостью*.

Прямым цилиндроидом (рис. 12.3 а) называется поверхность, образованная движением прямой линии, скользящей по двум криволинейным направляющим, не принадлежащим одной плоскости, и остающейся во всех своих положениях параллельной некоторой заданной плоскости. Эта плоскость называется плоскостью параллелизма.

Прямым коноидом (рис. 12.3 б) называется поверхность, образованная движением прямой линии, скользящей по двум направляющим, одна из которых – кривая, а вторая – прямая, и остающейся во всех своих положениях параллельной некоторой плоскости параллелизма.



а) прямой цилиндроид б) прямой коноид в) косая плоскость

Рис. 12.3

Косой плоскостью (рис. 12.3в) называется поверхность, образованная движением прямой линии, скользящей по двум скрещивающимся прямым и остающейся во всех своих положениях параллельной некоторой плоскости параллелизма.

12.2.4. Винтовые поверхности

Поверхность, образованная винтовым движением прямой линии, называется *линейчатой винтовой поверхностью* – *геликоидом* (винтовое движение характеризуется вращением вокруг некоторой оси i и поступательным перемещением, параллельным этой оси).

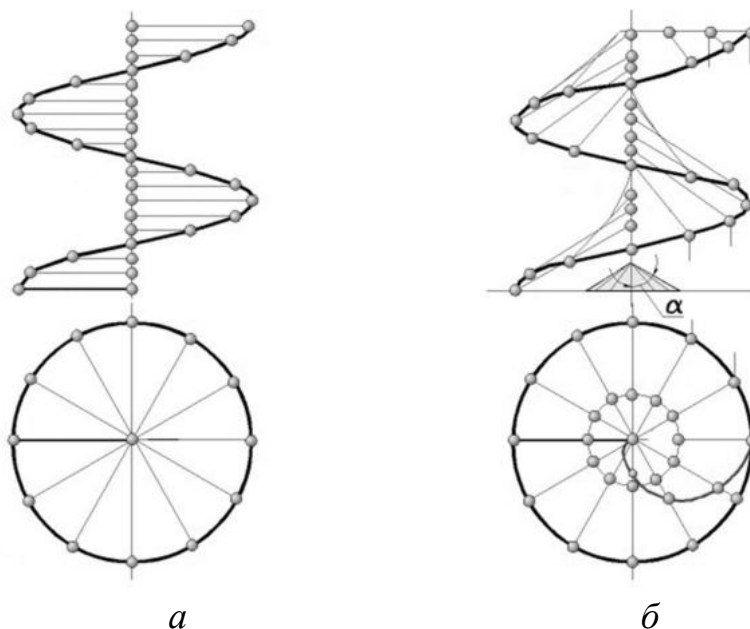


Рис. 12.4 Винтовые поверхности

Если в качестве кривой направляющей коноида взять цилиндрическую винтовую линию, в качестве прямой направляющей – ось винтовой линии, а за плоскость параллелизма – плоскость, перпендикулярную оси винтовой линии, то поверхность, образованная при этих условиях, называется *винтовым коноидом* или *прямым геликоидом* (рис. 12.4 а).

Наклонным геликоидом называется поверхность, образованная движением прямой линии, скользящей по двум направляющим (одна из них цилиндрическая винтовая линия, а вторая – ось винтовой линии) и сохраняющей во всех положениях постоянный угол β_c направляющей плоскостью, которую располагают перпендикулярно оси винтовой поверхности. При построении проекций наклонного геликоида удобно пользоваться направляющим конусом (рис. 12.4 б).

12.2.5. Поверхности вращения

Поверхности вращения были подробно рассмотрены ранее. Вспомним их. Если перемещение образующей линии представляет собой вращение вокруг некоторой неподвижной прямой (оси), то образованная в этом случае поверхность называется *поверхностью вращения*.

Образующая линия может быть плоской или пространственной кривой, а также прямой.

Вращением прямой линии образуются:

- *цилиндр вращения*, если прямая l параллельна оси i (рис. 12.5 а);
- *конус вращения*, если прямая l пересекает ось i (рис. 12.5 б);
- *однополостный гиперболоид*, если прямая l скрещивается с осью i (рис. 12.5 в).

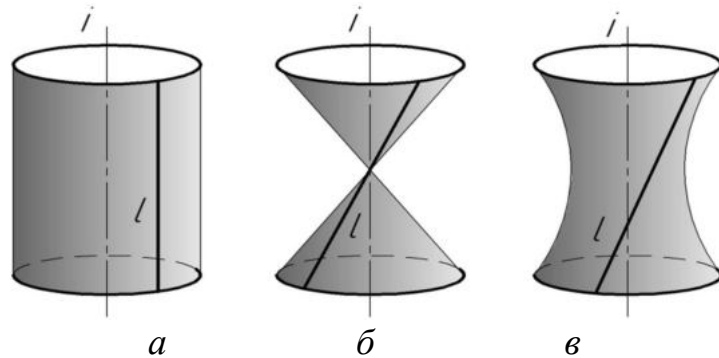


Рис. 12.5 Линейчатые поверхности вращения

К поверхностям вращения, образованным вращением кривых второго порядка вокруг оси относятся:

- *сфера* образуется вращением окружности вокруг ее диаметра (рис. 12.6 а);
- *эллипсоид вращения* образуется вращением эллипса вокруг большой или малой оси (12.6 б, в);
- *тор* образуется вращением окружности вокруг внешней оси (рис. 12.6 г);

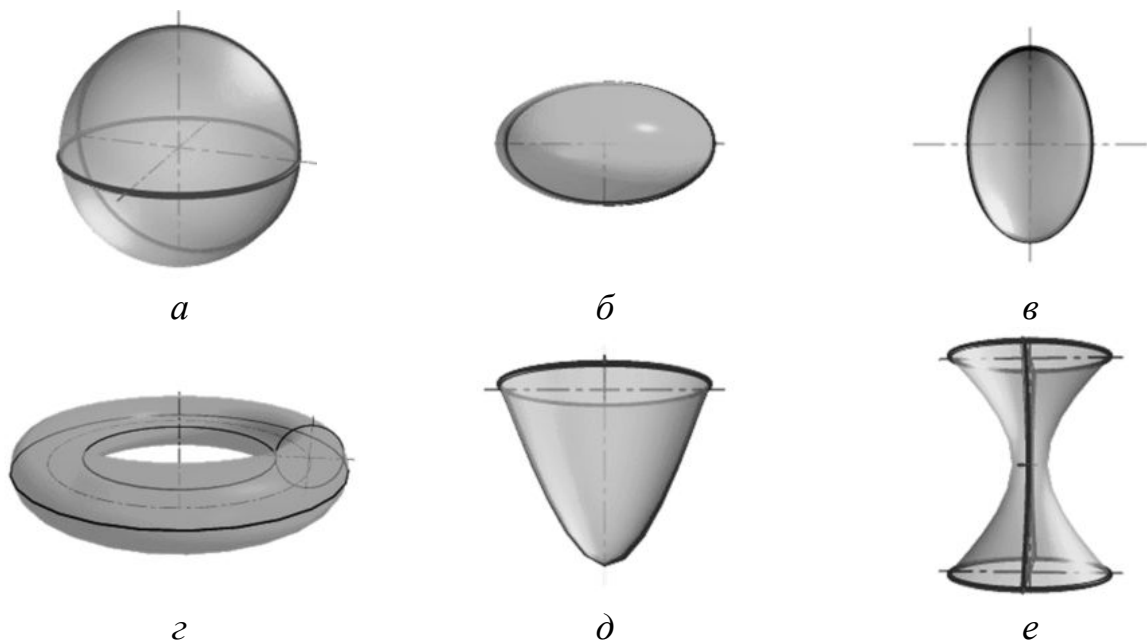


Рис. 12.6 Поверхности вращения второго порядка

- *параболоид вращения* образуется вращением параболы вокруг ее оси (рис. 12.6 д);
- *однополостный гиперболоид вращения* образуется вращением гиперболы вокруг ее мнимой оси. Эта поверхность образуется также вращением прямой (рис. 12.6 е).

12.2.6. Каналовые и циклические поверхности

Каналовой называют поверхность, образованную непрерывным каркасом замкнутых плоских сечений, определенным образом ориентированных в пространстве. Площади этих сечений могут оставаться постоянными или монотонно изменяться в процессе перехода от одного сечения к другому. На рис. 12.7 приведены два изображения *каналовой* поверхности. В инженерной практике наибольшее распространение получили два способа ориентирования плоскостей образующих:

- параллельно какой-либо плоскости – *каналовые поверхности с плоскостью параллелизма*;
- перпендикулярно к направляющей линии – *прямые каналовые поверхности*.

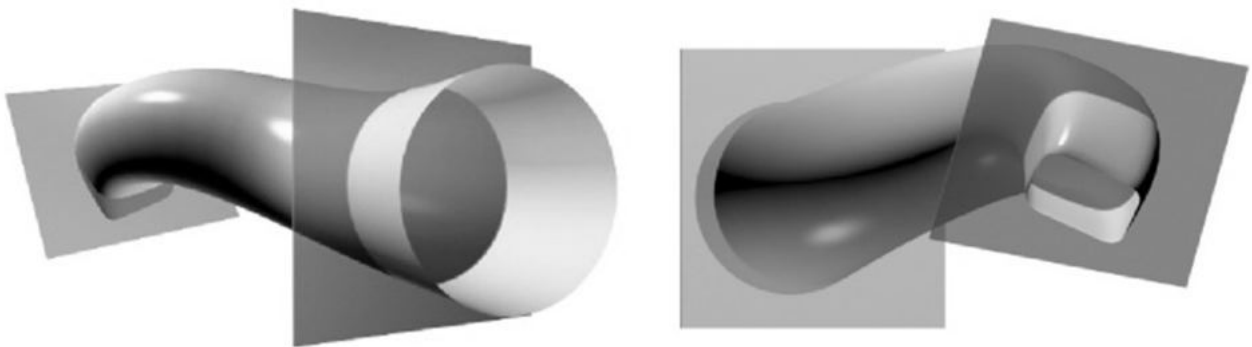


Рис. 12.7 Каналовые поверхности

Каналовая поверхность может быть использована для создания переходных участков между двумя поверхностями типа трубопроводов, имеющих:

- различную форму, но одинаковую площадь нормального сечения;
- одинаковую форму, но различные площади сечения;
- различную форму и различные площади поперечных сечений.

Циклическую поверхность можно рассматривать как частный случай каналовой поверхности. Она образуется с помощью окружности, центр которой перемещается по криволинейной направляющей. В процессе движения радиус окружности монотонно меняется. Пример циклической поверхности показан на рис. 12.8.

Трубчатая поверхность относится к группе *нелинейчатых* поверхностей с образующей постоянного вида и является частным случаем *циклической* и *каналовой* поверхностей. Она обладает свойствами, присущими этим видам поверхностей. У циклической поверхности она позаимствовала форму образующей, а у каналовой – закон движения этой образующей. На рис. 12.9 приведен пример трубчатой поверхности.



Рис. 12.8 Циклическая поверхность

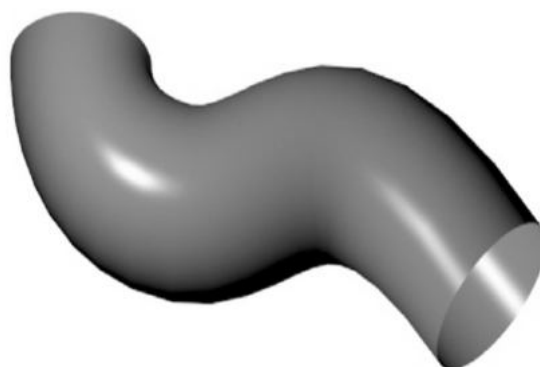


Рис. 12.9 Трубчатая поверхность

12.2.7. Графические поверхности

Графические поверхности задаются конечным множеством линий уровня, образующих каркас этих поверхностей. Примеры графических поверхностей представлены на рис. 12.10.

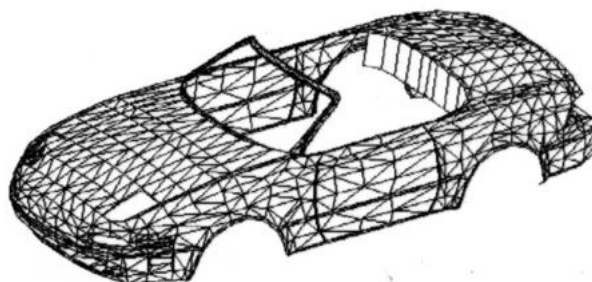
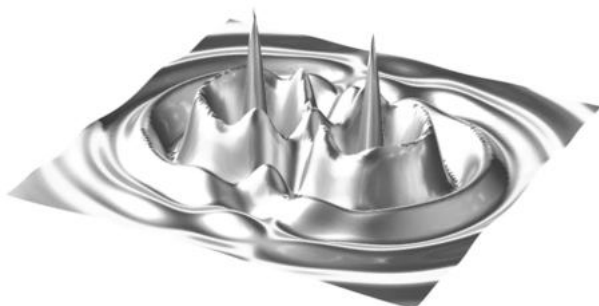


Рис. 12.10 Графические поверхности

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое поверхность?
2. Что такое тело и чем поверхность отличается от тела?
3. Охарактеризуйте способы образования поверхностей.
4. Классифицируйте поверхности.
5. Что такое каркас поверхности?
6. Что такое определитель поверхности?
7. Как образуются линейчатые поверхности?
8. Как образуются не линейчатые поверхности?
9. Что такое развертываемая поверхность? Примеры.
10. В чем отличие циклической поверхности от каналовой?
11. Что такое косая плоскость?

13. КРИВЫЕ ЛИНИИ

Кривая линия определяется как траектория движения точки при постоянно изменяющемся направлении движения.

Кривые линии могут быть *плоскими* и *пространственными*.

Все точки плоской линии лежат в одной плоскости, например, окружность, эллипс, спираль Архимеда. *Плоские кривые линии* образуются при пересечении поверхностей плоскостью (линии сечения круговых цилиндров и конусов плоскостью).

Линия считается *закономерной*, если в своем образовании она подчинена какому-либо геометрическому закону. Если при этом кривая определяется в декартовых координатах алгебраическим уравнением, то она называется *алгебраической* (окружность, эллипс, парабола, гипербола, астроида и другие), и трансцендентной, если она описывается трансцендентными уравнениями (синусоида, спираль Архимеда, циклоида и другие).

Например, эллипс определяется выражением $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$. Степень уравнения определяет порядок кривой. Это кривая второго порядка.

Пространственные кривые линии - это те линии, у которых точки не лежат в одной плоскости. Например, винтовая линия. Винтовая линия может быть цилиндрической и конической.

13.1. ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ВИНТОВАЯ ЛИНИЯ

Цилиндрическая винтовая линия представляет собой пространственную кривую линию одинакового уклона.

Острие резца, соприкасаясь с поверхностью равномерно вращающегося цилиндрического стержня, оставляет на нем след в виде окружности. Если при этом сообщить резцу равномерное поступательное движение вдоль оси цилиндра, то на поверхности цилиндра получится цилиндрическая винтовая линия.

Построение проекций цилиндрической винтовой линии заключается в следующем. Сначала строятся проекции прямого кругового цилиндра (рис. 13.1). При одном полном обороте цилиндра и поступательном движении точки A вдоль оси цилиндра ее фронтальная проекция переместится из положения A_2 в A_2^1 . Это расстояние называется шагом винтовой линии - h , расстояние OA - радиусом винтовой линии, O - осью винтовой линии. Окружность основания цилиндра и шаг винтовой линии разделены на одинаковое число частей. Горизонтальная проекция винтовой линии сливается с окружностью, а фронтальная проекция винтовой линии представляет собой траекторию равномерного поступательно-вращательного движения точки A и подобна синусоиде.

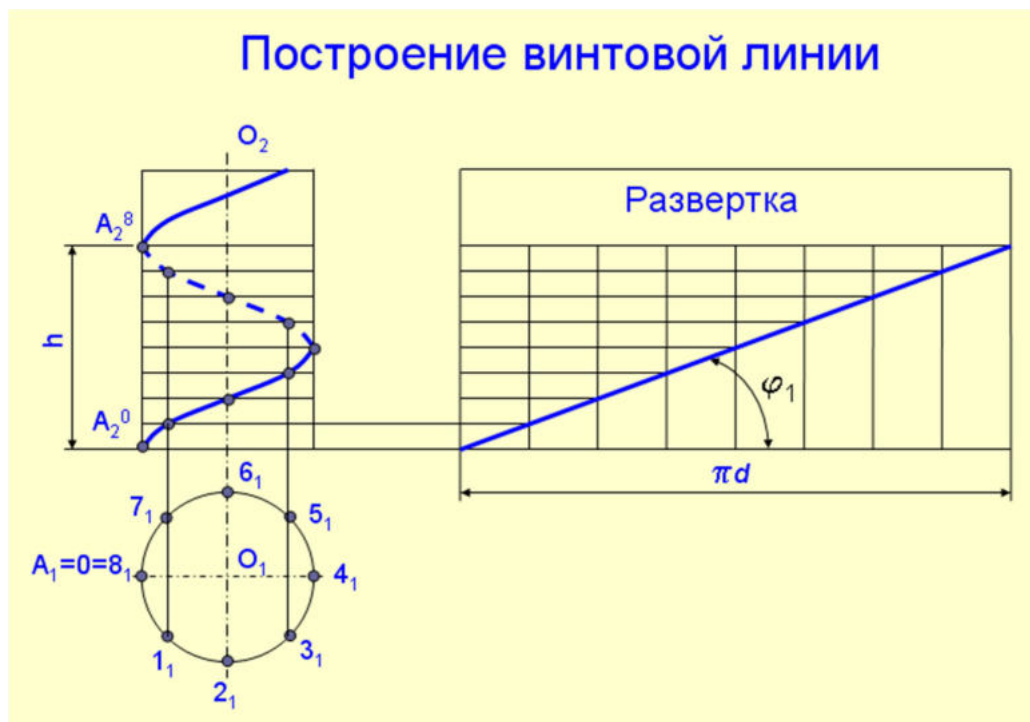


Рис. 13.1

Винтовая линия на развертке превращается в прямую линию (см. рис. 13.1). Угол подъема винтовой линии φ_1 , $\operatorname{tg} \varphi_1 = h/\pi d$.

Винтовая линия есть кратчайшее расстояние между двумя точками на поверхности цилиндра, ее называют *геодезической линией этой поверхности*.

13.2 КРИВЫЕ БЕЗЬЕ. СПЛАЙНЫ

В векторной графике кривые второго порядка используются для построения базовых форм (примитивов). Кривые второго порядка не имеют точек перегиба, кривые третьего порядка могут иметь одну точку перегиба.

В векторных редакторах применяют не любые кривые третьего порядка, а их особый вид, называемый кривыми Безье. Отрезки кривых Безье — это частный случай отрезков кривых третьего порядка. Они описываются не одиннадцатью параметрами, как произвольные отрезки кривых третьего порядка, а лишь восемью, и потому работать с ними удобнее.

Кривая Безье, названа в честь французского математика Пьера Безье (P. Bezier), который применял математические кривые и поверхности в процессе конструирования кузова автомобиля Рено. Разработал пригодную к промышленному внедрению методику математического определения сложных кривых, которая позволила конструкторам манипулировать кривыми, ничего не зная о задающих их функциях. В результате этой самой работы и появились на свет кривые, которые теперь носят имя Безье

Кривые Безье – это частный вид кривых третьего порядка. В основе построения кривых Безье лежит использование двух касательных, проведенных к крайним точкам отрезка.

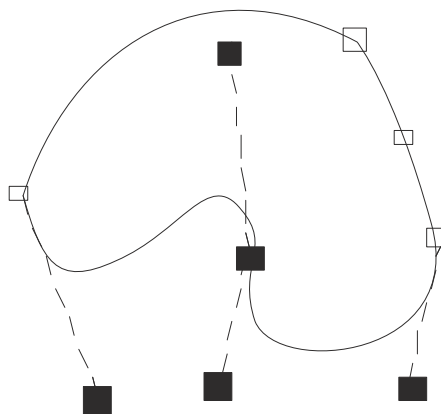


Рис. 13.2

На практике эти касательные выполняют роль «рычагов», с помощью которых линию изгибают так, как это необходимо. На форму линии влияет не только угол наклона касательной, но и длина ее отрезка. Управление касательной (а вместе с ней и формой линии) производят перетаскиванием маркера с помощью мыши. Линия задается графически.

Появление кривых Безье вызвало настоящий переворот в видео и трехмерной графике. Это связано с тем, что до появления формул Безье контуры компьютерных деталей были ломанными, а движения прерывистыми.

В компьютерной графике используется часто понятия *сплайн* для определения кривых.

В современных словарях можно найти более точное определение слова **сплайн**: «заданная математической функцией плавная кривая, соединяющая ряд точек».

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Перечислите способы задания кривой линии.
2. Приведите примеры плоских кривых.
3. Что положена в основу классификации кривых линий?
4. Сформулируйте основные понятия при рассмотрении кривой как траектории движения точки.
5. Приведите примеры пространственных кривых линий.

14. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Во многих случаях при выполнении технических чертежей наряду с ортогональными изображениями необходимо иметь наглядные изображения. Для построения таких изображений применяют *аксонометрические проекции*, или *аксонометрию*.

Способ аксонометрического проецирования состоит в том, что данная фигура (на примере точка А) вместе с осями прямоугольных координат, к которым она отнесена в пространстве, параллельно проецируется на некоторую плоскость, называемую плоскостью аксонометрических проекций или картинной плоскостью (плоскость Π' на рис. 14.1). Таким образом, аксонометрия - это проекция только на одну плоскость.

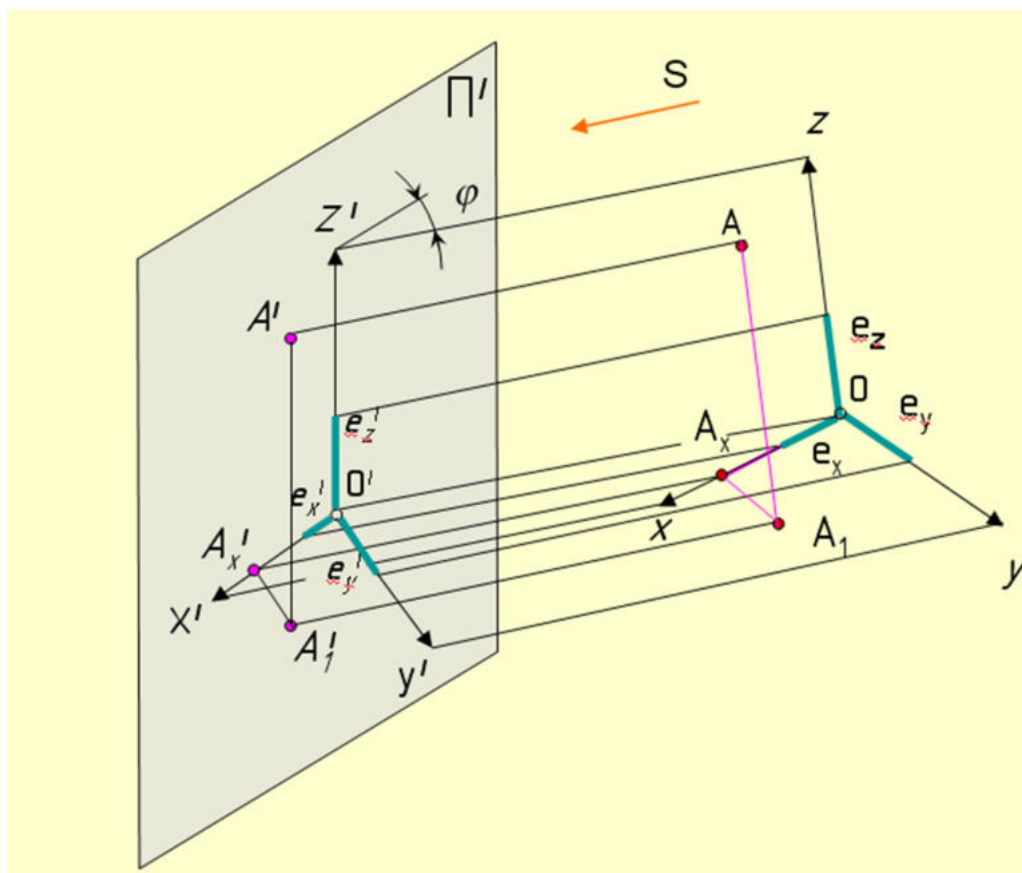


Рис. 14.1

Охуz – оси координат в пространстве.

Точка А связывается с системой координат $Oxyz$ посредством натуральной координатной ломаной AA_1A_xO . На каждой из осей координат отложен натуральный единичный масштабный отрезок e , обозначенный на осях координат e_x, e_y, e_z .

S – направление проецирования.

Проекция A' точки A на Π' называется *аксонометрической* проекцией, проекция A_1^1 точки A_1 – вторичной проекцией, проекция $O'x'y'z'$ – аксонометрической системой координат.

$A' A_1^1 A_x^1 O^1$ – аксонометрическая координатная ломаная;

e_x^1, e_y^1, e_z^1 – аксонометрические единичные (масштабные) отрезки.

Искажения по аксонометрическим осям определяются коэффициентами искажения, равными отношению аксонометрических единичных отрезков к натуральным:

$$\frac{e_x^1}{e_x} = u, \quad \frac{e_y^1}{e_y} = v, \quad \frac{e_z^1}{e_z} = w,$$

где u, v, w – коэффициенты искажения по аксонометрическим осям.

Если в ортогональных проекциях имеется точка с координатами $A(x, y, z)$ (рис. 14.2 а), то в аксонометрии координаты точки умножают на коэффициенты искажения по осям $A(xu, yv, zw)$ (рис. 14.2 б).

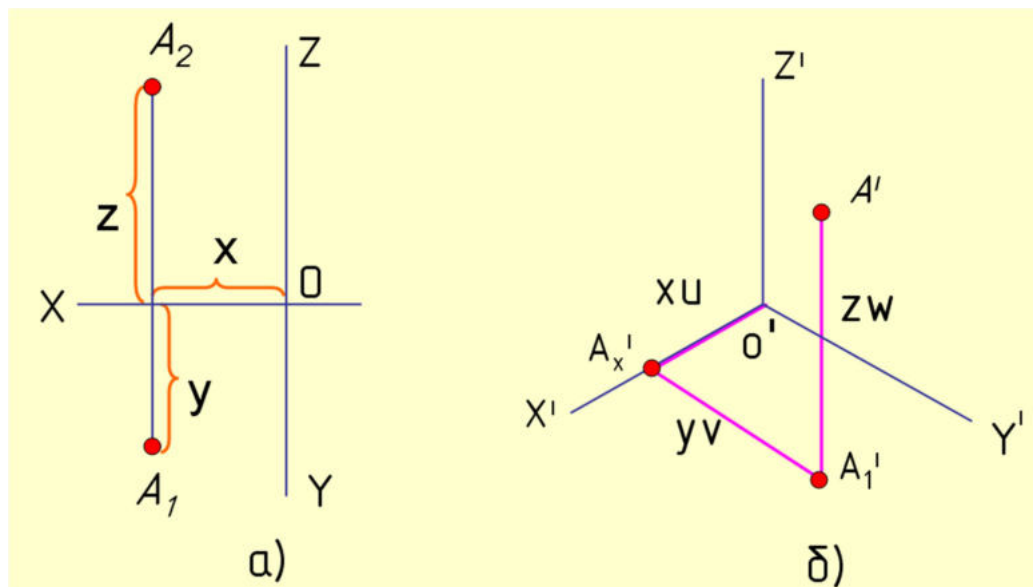


Рис. 14.2

Если направление проецирования S перпендикулярно Π' , то аксонометрические проекции называют *прямоугольными*, если не перпендикулярно, то проекции называют *косоугольными*.

В зависимости от сравнительной величины коэффициентов искажения по осям различают три вида аксонометрии:

- *изометрия* (древнегреческое *isos* - одинаковый) – все три коэффициента искажения равны между собой: $u=v=w$;
- *диметрия* – два коэффициента искажения равны между собой и отличаются от третьего: $u=v \neq w$; $v=w \neq u$; $u=w \neq v$;
- *триметрия* – все три коэффициента искажения не равны между собой: $u \neq v \neq w$.

14.1. ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ИЗОМЕТРИЯ

В аксонометрии существует теорема, которая гласит, что сумма квадратов коэффициентов искажения по осям равна 2.

$$u^2 + v^2 + w^2 = 2. \text{ Если } u=v=w, \text{ то } 3u^2=2; u=\sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,82.$$

0,82 - действительный коэффициент искажения по координатным осям в изометрии.

В инженерной практике применяют *приведенный* коэффициент, равный 1. Поэтому изображение получают с увеличением в $1/0,82 = 1,22$ раза.

Оси в изометрии располагаются под углом 120° (рис. 14.3 а). Построить оси можно пользуясь циркулем (рис. 14.3 б) и линейкой (рис. 14.3 в).

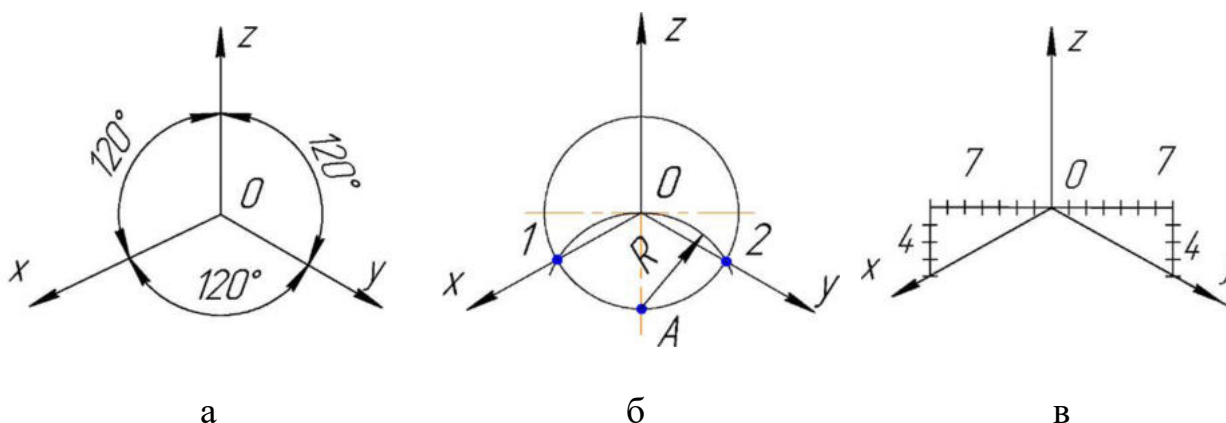
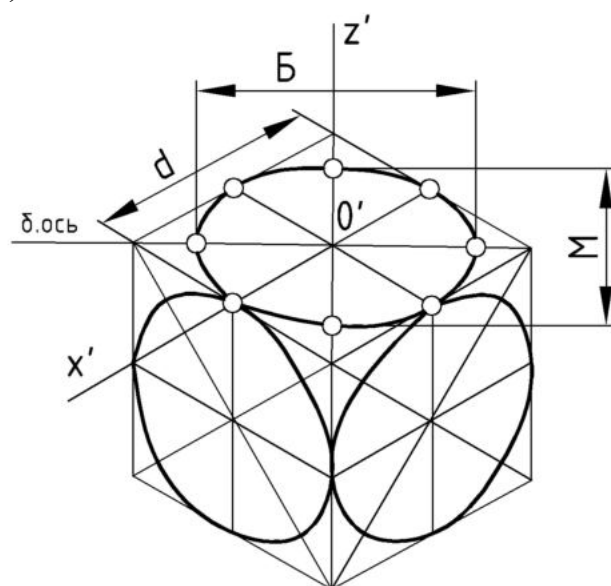


Рис. 14.3

В изометрической проекции окружности изображаются в виде эллипсов. Расположение большой оси эллипсов перпендикулярно осям координат (рис. 14.4).



Окружность в изометрии:

M1:1	M1,22:1
$u=v=w=0,82$	$u=v=w=1$
$B=d$	$B=1,22d$
$M=0,58d$	$M=0,71d$

Рис. 14.4

В инженерной практике эллипсы в аксонометрии заменяют четырехцентровыми овалами. Один из способов построения овала в изометрии показан на рис. 14.5.

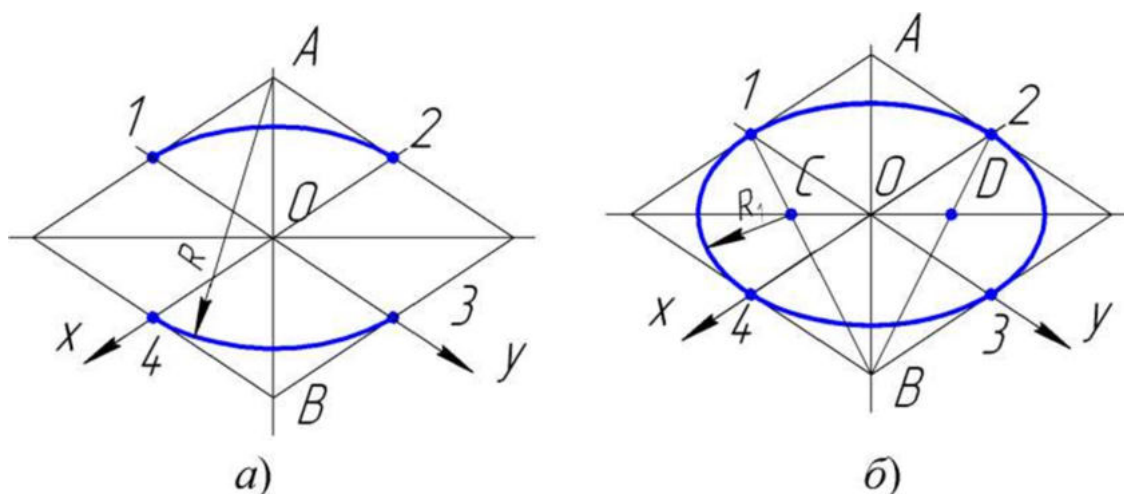
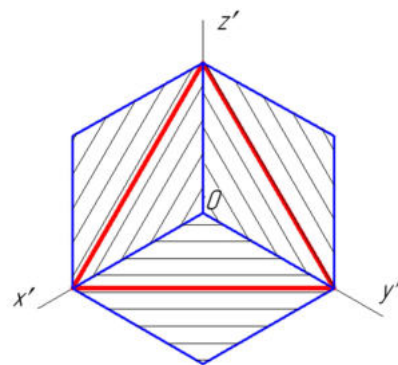


Рис. 14.5

Вычерчивают ромб, в который должен вписываться овал, изображающий данную окружность в изометрической проекции. Для этого на осях откладывают от точки O в четырех направлениях отрезки, равные радиусу изображаемой окружности рис. 14.5, *а*. Через полученные точки 1, 2, 3, 4 проводят параллельно осям x и y прямые, образующие ромб. Его стороны равны диаметру изображаемой окружности. Из вершин тупых углов (точек A и B) описывают между точками 1 и 2, а также 3 и 4 дуги радиусом R , равным длине прямой $A3$ или $A4$ (рис. 14.5, *а*).

Точки C и D лежащие на пересечении диагонали ромба с прямыми $B1$ или $B2$, являются центрами малых дуг, сопрягающих большие дуги (рис. 14.5, *б*). Малые дуги описывают радиусом R_1 равным отрезку $C1$ ($D2$).

Направление штриховки в изометрии выбирают параллельно диагоналям квадратов, построенных на плоскостях xoy , xoz , yoz .



14.2. ПОСТРОЕНИЕ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ И ШЕСТИГРАННИКА В ИЗОМЕТРИИ

Построение плоской фигуры в изометрии приведено на рис. 14.6, а шестигранника - на рис. 14.7 Аксонометрические проекции параллельных прямых параллельны между собой. Если в прямоугольных проекциях отрезок параллелен оси координат, то в аксонометрии он остается параллельным этой же оси.

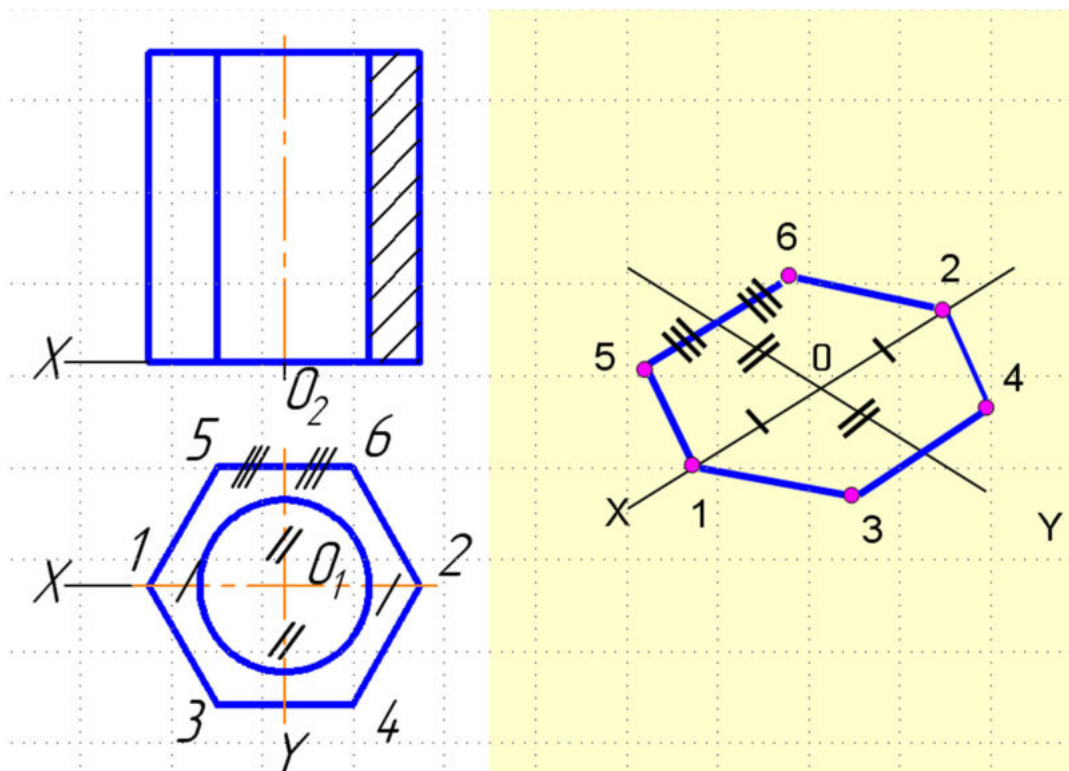


Рис. 14.6

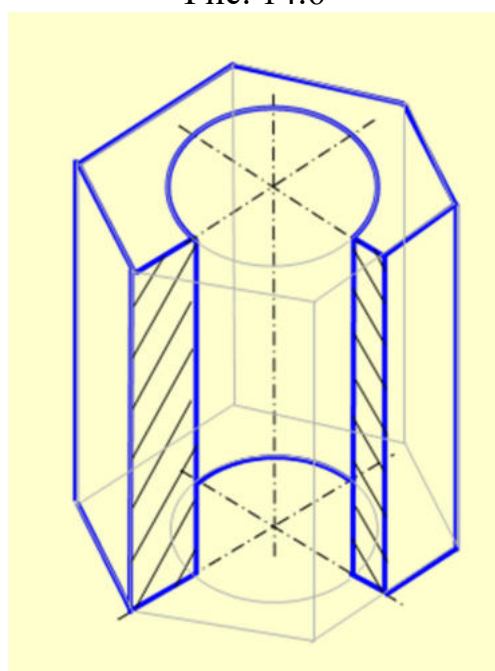


Рис. 14.7

14.3. СТАНДАРТНЫЕ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

ГОСТ 2.317-69 предусматривает применение в инженерной графике двух прямоугольных аксонометрий и двух косоугольных: *прямоугольной изометрии и прямоугольной диметрии; косоугольной фронтальной изометрии и косоугольной фронтальной диметрии*. Углы между осями в аксонометрии приведены на рис. 14.8 а, б, в, г.

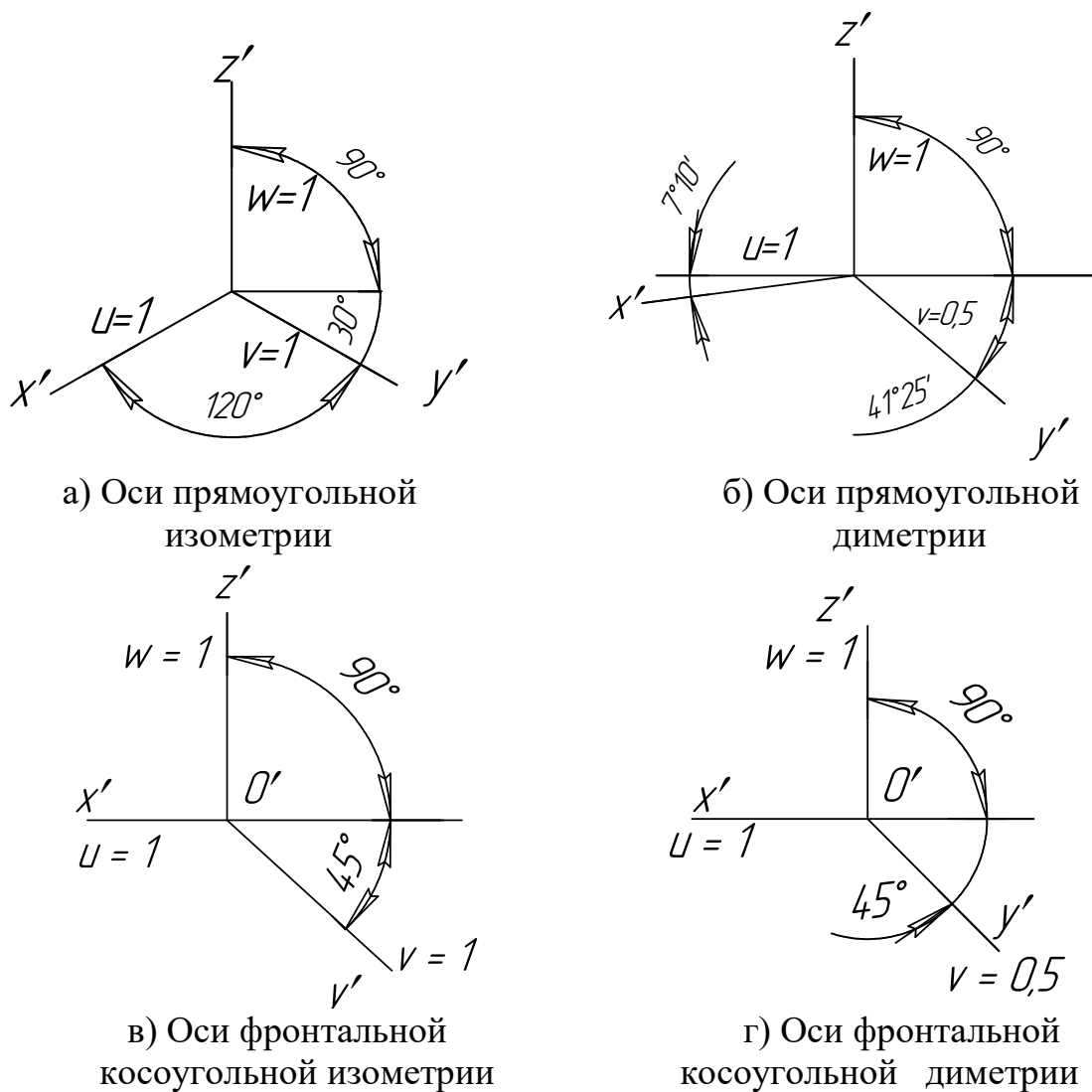


Рис. 14.8

При выборе вида аксонометрических изображений следует руководствоваться такими рекомендациями:

1. Изометрическую проекцию следует применять тогда, когда все три стороны объекта имеют приблизительно одинаковое количество особенностей;
2. Прямоугольную диметрическую проекцию применяют в случаях, когда только одна сторона объекта содержит наибольшее количество особенностей;
3. Косоугольную диметрическую проекцию применяют тогда, когда объект имеет ряд окружностей, расположенных в плоскостях параллельных Π_2 .

Из прямоугольных аксонометрических проекций лучше выбирать диметрическую проекцию или прямоугольную изометрию. Прямоугольная изометрическая проекция проще в построении, так как при этом коэффициенты искажения по всем осям равны между собой и равны 1.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В каком случае аксонометрические проекции называются прямоугольными?
2. Что называется коэффициентом искажения по аксонометрическим осям?
3. Какие проекции называются изометрическими? диметрическими? триметрическими?
4. Чему равны действительный и приведенный коэффициенты искажения по осям в прямоугольной изометрии?
5. Чему равны углы между осями в прямоугольной изометрии?
6. Как выполняется штриховка в разрезах в прямоугольной изометрии?
7. Как располагаются в изометрии большие оси эллипсов?

Рекомендуемая литература

Основная:

1. Дергач, В. В. Начертательная геометрия : учебник / В. В. Дергач, И. Г. Борисенко, А. К. Толстихин. – 7-е изд., перераб. и доп. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2014. – 261 с.
2. Короев Ю.И. Начертательная геометрия: учебник/ Ю.И. КОРОЕВ. – 3-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2015. – 422 с. - ISBN 978-5-406-04297-7

Дополнительная:

3. Талалай П. Г. Компьютерный курс начертательной геометрии на базе КОМПАС–3D / П. Г. Талалай. – СПб. : БХВ-Петербург, 2010. – 608 с
4. Чекмарев, А. А. Начертательная геометрия и черчение : учебник для бакалавров / А. А. Чекмарев. – 4-е изд., испр. и доп. – М. : Юрайт, 2012. – 471 с.
5. Буланже Г.В. Основы начертательной геометрии. Краткий курс и сборник задач. Учеб. Пособие/ Г.В. Буланже, И.А. Гущин, В.А. Гончарова. – М.: КУРС: ИНФРА-М, 2015.- 144 с.
6. Электронный учебник по инженерной графике / составители Лейко Ю.М, Тозик В.Т. [Электронный ресурс]. – Кафедра Инженерной и компьютерной графики Санкт-Петербургского государственного университета ИТМО. – Режим доступа: <http://engineering-graphics.spb.ru>
7. Персональный сайт Вольхина К. А., Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет. Ресурс содержит учебно-методические материалы по использованию прикладных графических программ и современных информационных технологий при обучении графическим дисциплинам. www.ng.sibstrin.ru/wolchin/
8. Электронный учебник по инженерно графике. - <http://cadinstructor.org>

