

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАМЧАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»)

Факультет информационных технологий, экономики и управления

Кафедра «Физика и высшая математика»

УТВЕРЖДАЮ  
Декан технологического  
факультета  
Л.М. Хорошман  
« 21 » 12 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математическое моделирование»**

Направление подготовки 15.04.02 «Технологические машины и оборудование»  
(уровень магистратуры)

профиль:

«Машины и аппараты пищевых производств»

Петропавловск-Камчатский,  
2022

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО по направлению подготовки 15.04.02 «Технологические машины и оборудование» и учебного плана ФГБОУ ВО «КамчатГТУ».

Составители рабочей программы:

Доцент каф. ФВМ



А.А. Чермошенцева

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры «Физика и высшая математика»  
Протокол № 7 от «14» декабря 2022 года.

Заведующий кафедрой «Физика и высшая математика»:

«14» декабря 2022 г.



А.И. Задорожный

## 1 Цели и задачи учебной дисциплины

Целью дисциплины является формирование у будущих магистров знаний и умения применять математические методы моделирования при обработке экспериментальных результатов наблюдений или измерений, знание которых необходимо современному инженеру.

## 2 Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-5 – Способен разрабатывать аналитические и численные методы при создании математических моделей машин, приводов, оборудования, систем, технологических процессов;

Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлены в таблице.

Таблица – Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код компетенции	Планируемые результаты освоения образовательной программы	Код и наименование индикатора достижений	Планируемый результат обучения по дисциплине	Код показателя освоения
ОПК-5	Способен разрабатывать аналитические и численные методы при создании математических моделей машин, приводов, оборудования, систем, технологических процессов;	<b>ИД-1</b> опк-5 <b>Знать:</b> Знает аналитические и численные методы при создании математических моделей	<b>Знать:</b> основные понятия, методы моделирования и их возможности для решения инженерных задач	З(ОПК-5)1
			<b>Уметь:</b> моделировать данные простейшими способам и статистическими методами. Определять характеристики случайных величин и находить законы распределения случайных величин и основе опытных данных	У(ОПК-5)1
			<b>Владеть:</b> математическими методами моделирования прикладных задач	В(ОПК-5)1
ОПК-13	Способен разрабатывать и применять современные цифровые программы проектирования	<b>ИД-1</b> опк-13 <b>Знать:</b> Знает современные цифровые программы проектирования	<b>Знать:</b> основные понятия, методы моделирования и их возможности для решения инженерных задач	З(ОПК-13)1

	технологических машин и оборудования, алгоритмы моделирования их работы и испытания их работоспособности;	технологических машин и оборудования	<b>Уметь:</b> моделировать данные простейшими способами и статистическими методами. Определять характеристики случайных величин и находить законы распределения случайных величин и основе опытных данных	У(ОПК-13)1
			<b>Владеть:</b> математическими методами моделирования прикладных задач	В(ОПК-13)1

### 3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Изучение дисциплины «Математическое моделирование» основано на курсе математики вуза.

Данная дисциплина является вариативной, теоретические знания и практические навыки, сформированные у студентов в процессе изучения дисциплины «Математическое моделирование» используются при выполнении и защите выпускной квалификационной работе.

### 4 Содержание дисциплины

#### 4.1 Тематический план дисциплины для заочной формы обучения

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1 «Введение. Этапы построения математической модели.»	35	5	2	3		30	опрос, решение задач	
Тема 2 «Универсальность математических моделей. Некоторые модели соперничества»	35	4	1	3		31	опрос, решение задач	
Тема 3 «Моделирование в условиях неопределенности. Основная задача линейного программирования.»	34	3	1	2		31	опрос, решение задач	

Дифференцированный зачет								4
Всего	108	12	4	8		92		

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1 «Введение. Этапы построения математической модели.»

#### Лекция

Определение и назначение моделирования. Этапы построения математических моделей. Классификация математических моделей. Вариационные принципы. Применение аналогий при построении моделей. Иерархический подход к получению моделей. Нелинейности математических моделей. Общая схема принципа Гамильтона. Колебания маятника в поле сил тяжести. Жидкость в U-образном сосуде. Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций. Три режима в нелинейной модели популяции. Влияние сильной нелинейности на процесс колебаний

*Основные понятия темы:* Элементарные математические модели. Вариационные принципы и математические модели. Универсальные математические модели. Некоторые модели простейших нелинейных объектов. Сохранение массы вещества. Сохранение энергии. Совместное применение нескольких фундаментальных законов.

#### Лабораторное занятие

*Форма занятия: решение типовых задач с применением ЭВМ*

*Примеры типовых задач:*

1. Определить как должна вести себя при больших  $t$  величина  $r(t) = \alpha(t) - \beta(t) > 0$  в модели Мальтуса, чтобы численность популяции оставалась ограниченной при  $t \rightarrow \infty$ .

2. Рассмотреть в логистической модели  $\frac{dN}{dt} = \alpha \left(1 - \frac{N}{N_p}\right) N, \alpha > 0$  малые отклонения от положения равновесия, т. е. ситуацию, когда решение имеет вид  $N(t) = N_p + \delta N(t)$ , где  $\delta N(t) \ll N_p$ . Показать, что для величины  $\delta N(t)$  в первом приближении справедлива линейная модель типа модели.

3. Используя принцип Гамильтона, постройте модель колебаний маятника в электрическом поле, создаваемом заряженной горизонтальной плоскостью, над которой подвешен маятник. Заряд груза равен  $q$ , поверхностная плотность зарядов на плоскости равна  $q_0$  (силой тяжести пренебречь). Почему, несмотря на различную природу действующих сил, получается модель, аналогичная D)?

4. Пусть в задаче об U-образном сосуде левое колено имеет переменное сечение, т. е.  $r = r_0(h)$ . Показать, применяя второй закон Ньютона и предполагая отсутствие горизонтальной компоненты у скорости жидкости, что для величины  $h$  получается

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -k(r)r$$

уравнение вида

5. Пользуясь законом сохранения массы и законом Дарси, получите уравнение  $\frac{m(x, y)}{\rho q} \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu(x, y)(H + h) \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu(x, y)(H + h) \frac{\partial h}{\partial y} \right] + q(x, y, t)$ .

### Тема 2 «Универсальность математических моделей. Некоторые модели соперничества»

#### Лекция

Примеры аналогий между механическими, термодинамическими и экономическими объектами. Взаимоотношения в системе «хищник—жертва».

*Основные понятия темы:* взаимоотношения в системе «хищник—жертва»

*Лабораторное занятие*

*Форма занятия:* решение типовых задач с применением ЭВМ

*Пример типовой задачи:*

1. Используя замену вида  $p(x,t) = (p(t) \cdot u(x,t))$ , сведите к уравнению теплопроводности.
2. Вычислите период колебаний в системе «хищник—жертва» в зависимости от ее характеристик  $(\alpha, \beta, c, d)$  и начального состояния.

### **Тема 3 «Моделирование в условиях неопределенности. Основная задача линейного программирования.»**

*Лекция*

Причины появления неопределенности и их виды. Моделирование в условиях неопределенности, описываемой с позиций теории нечетких множеств. Моделирование в условиях стохастической неопределенности. Моделирование марковских случайных процессов. Линейные неравенства и область решений системы линейных неравенств. Примеры задач линейного программирования (задача о раскрое материалов). Графический метод решения ЗЛП. Симплексный метод решения ЗЛП. Понятие симплекс-метода. Симплексные таблицы

*Основные понятия темы:* моделирование в условиях неопределенности

*Лабораторное занятие*

*Форма занятия:* решение типовых задач с применением ЭВМ

*Пример типовой задачи:*

1. На участке имеется  $N$  однотипных станков. Производительность одного станка такова, что в среднем в течении смены на нем можно обработать  $\mu$  деталей. Детали поступают на обработку партиями по  $M$  штук. Партии поступают неравномерно и их поток близок к пуассоновскому. Интенсивность поступления составляет  $\lambda$  партий смену. Построить граф состояний данной СМО и записать систему уравнений Колмогорова для финальных вероятностей.

2. Решить графически задачу линейного программирования.

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$3x_1 + 7x_2 \leq 14$$

$$-2x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$6x_1 + 5x_2 \geq 25$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$x_1 > 0$$

3. Решить задачу линейного программирования симплекс методом.

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 12$$

$$-5x_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$4x_1 + 6x_2 \geq 24$$

$$6x_1 + 5x_2 \geq 15$$

$$x_1 \geq 0$$

4. Найти решение двойственной задачи.

$$4x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$$

$$6_1 - 4x_2 \leq 18$$

$$-3x_1 + 4x_2 \leq 16$$

$$2x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$2_1 + 3x_2 \leq 15$$

$$x_1 > 0$$

### **Самостоятельная работа студента**

Изучение учебной литературы [1], [2].

Решение задач по темам.

Подготовка к модульному контролю.

## **5 Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся**

В целом внеаудиторная самостоятельная работа студента при изучении курса включает в себя следующие виды работ:

- проработка (изучение) материалов лекций;
- чтение и проработка рекомендованной основной и дополнительной литературы;
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям;
- поиск и проработка материалов из Интернет-ресурсов, периодической печати;
- выполнение домашних заданий в форме творческих заданий, кейс-стадии, докладов;
- подготовка презентаций для иллюстрации докладов;
- выполнение контрольной работы, если предусмотрена учебным планом дисциплины;
- подготовка к текущему и итоговому (промежуточная аттестация) контролю знаний по дисциплине (экзамен).

Основная доля самостоятельной работы студентов приходится на проработку рекомендованной литературы с целью освоения теоретического курса, подготовку к практическим (семинарским) занятиям, тематика которых полностью охватывает содержание курса. Самостоятельная работа по подготовке к семинарским занятиям предполагает умение работать с первичной информацией.

## **6 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### **6.1 Структура фонда оценочных средств**

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математическое моделирование» представлен в приложении к рабочей программе дисциплины и включает в себя:

– перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образования; перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;

– описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;

– типовые контрольные задания или материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций;

– методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

### **6.2 Перечень вопросов к промежуточной аттестации.**

1. Определение и назначение моделирования.
2. Этапы построения математических моделей.
3. Классификация математических моделей. Вариационные принципы. Применение аналогий при построении моделей.
4. Иерархический подход. Иерархический подход к получению моделей. Нелинейности математических моделей.
5. Общая схема принципа Гамильтона. Колебания маятника в поле сил тяжести. Жидкость в U-образном сосуде. Малые колебания при взаимодействии двух биологических популяций. Три режима в нелинейной модели популяции.
6. Влияние сильной нелинейности на процесс колебаний.
7. Примеры аналогий между механическими, термодинамическими и экономическими объектами.
8. 8.Взаимоотношения в системе «хищник—жертва».
9. 9.Причины появления неопределенности и их виды.
10. Моделирование в условиях неопределенности, описываемой с позиций теории нечетких множеств.
11. Моделирование в условиях стохастической неопределенности.
12. Моделирование марковских случайных процессов.
13. Линейные неравенства и область решений системы линейных неравенств. Примеры задач линейного программирования (задача о раскромке материалов).
14. Графический метод решения ЗЛП.
15. Симплексный метод решения ЗЛП. Понятие симплекс- метода. Симплексные таблицы.

## **7 Рекомендуемая литература**

### **7.1 Основная литература**

1. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: учебник. - М.: Высшая школа, 2001. - 327 с.
2. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике: учебник. - М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001.

### **7.2 Дополнительная литература**

3. Чермошенцева А.А. Численные методы: Учебное пособие – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТУ, 2008. – 110 с.
4. Волков И.К. Исследование операций: учебник. - М.: МГТУ им. Баумана, 2002. - 436 с.

## **8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Библиотека «Либертариума»: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.libertarium.ru/library/>
2. Электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>



## **9 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методика преподавания данной дисциплины предполагает чтение лекций, проведение практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций по отдельным (наиболее сложным) специфическим проблемам дисциплины. Предусмотрена самостоятельная работа студентов, а также прохождение аттестационных испытаний промежуточной аттестации (экзамен и дифференцированный зачет).

Лекции посвящаются рассмотрению основным понятиям, наиболее важных теоретических вопросов. В ходе лекций студентам следует подготовить конспекты лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины; обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.

Целью проведения практических занятий является закрепление знаний студентов, полученных ими в ходе изучения дисциплины на лекциях и самостоятельно. Во время практических занятий решаются задачи по рассматриваемым в курсе лекций темам, применяются основные понятия, теоремы, свойства. Студент должен научиться решать базовые задачи по каждой теме, а также применять полученные навыки для решения реальных прикладных задач

При изучении дисциплины используются интерактивные методы обучения, например, лекция-визуализация, предполагающая подачу материала с использованием технических средств обучения с краткими комментариями демонстрируемых материалов (презентаций).

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационно-справочных систем**

### ***10.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса***

- электронные образовательные ресурсы;
- использование слайд-презентаций;
- интерактивное общение с обучающимися и консультирование посредством Интернет, используя социальные сети, специализированные программы (например, zoom), а также электронной почты;
- использование электронной информационно-образовательной среды.

### ***10.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса***

При освоении дисциплины используется лицензионное программное обеспечение:

1. операционные системы Astra Linux (или иная операционная система, включенная в реестр отечественного программного обеспечения);
2. комплект офисных программ Р-7 Офис (в составе текстового процессора, программы работы с электронными таблицами, программные средства редактирования и демонстрации презентаций);

программа проверки текстов на предмет заимствования «Антиплагиат».

## **11. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

На кафедре имеется 4 аудитории для проведения лекционных и практических занятий.