

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАМЧАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»)

Факультет информационных технологий

Кафедра «Высшая математика»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

информационных технологий

 И.А.Рычка

« 15 » 03 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математическая логика и теория алгоритмов»**

Направление подготовки 09.03.04 «Программная инженерия»  
(уровень бакалавриата)

профиль:

«Разработка программно-информационных систем»

Петропавловск-Камчатский,  
2021

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.04 «Программная инженерия» и учебного плана ФГБОУ ВО «КамчатГТУ».

Составитель рабочей программы  
доцент кафедры ВМ.



А.П. Горюшкин

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры «Высшей математики» 15.03.2021, протокол № 2.

Заведующий кафедрой «Высшая математика»:

« 15 » марта 2021 г.  Р.И. Паровик

## 1 Цели и задачи учебной дисциплины

Целью дисциплины является обеспечение высокого уровня профессиональных знаний и умений применять методы математической логики и теории алгоритмов при анализе и управлении современными техническими средствами, в том числе и автоматизированными системами управления.

Основная задача курса "Математическая логика и теория алгоритмов" заключается в развитии у студентов современных методов анализа функционирования сложных дискретных автоматизированных систем.

## 2 Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-6– Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического использования, применять основы информатики и программирования к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов.

Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлены в таблице.

Таблица – Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с установленными в программе бакалавриата индикаторами достижения компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты освоения образовательной программы	Код и наименование индикатора достижений	Планируемый результат обучения по дисциплине	Код показателя освоения
ОПК-6	Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического использования, применять основы информатики и программирования к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов	<b>ИД-3</b> опк-6 <b>Владеть:</b> Владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач.	<b>Знать:</b> основные методы современной математической логики и теории алгоритмов и возможности их применения для анализа работы сложных автоматизированных систем	З(ОПК-6)1
			<b>Уметь:</b> основными фактами, понятиями, определениями и теоремами, лежащие в основе современной математической логики	У(ОПК-6)1
			<b>Владеть:</b> анализировать с позиций математической логики и теории алгоритмов основные процессы, лежащие в основе современных автоматизированных систем управления	В(ОПК-6)1

### 3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

В системе вузовской подготовки дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов» включает некоторые ранее изученные разделы следующих дисциплин: «Математика», «Дискретная математика».

Теоретические знания и практические навыки, сформированные у студентов в процессе изучения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов», являются базовыми при изучении следующих дисциплин: «Вычислительная математика», а также при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 4 Содержание дисциплины

#### 4.1 Тематический план дисциплины

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1. "Алгебра высказываний"	20	10	5	5		10	опрос, решение задач	
Тема 2. "Алгебра высказываний. Исчисление высказываний"	21	10	5	5		11	опрос, решение задач	
Тема 3. "Алгебра предикатов"	21	10	5	5		11	опрос, решение задач	
Тема 4. "Алгебра предикатов "	21	10	5	5		11	опрос, решение задач	
Тема 5. "Рекурсивные функции"	21	10	5	5		11	опрос, решение задач	
Тема 6. "Машины Тьюринга. Языки и грамматики"	20	9	5	4		11	опрос, решение задач	
Тема 7. "Нечеткие множества. Нечеткая логика и нечеткие алгоритмы"	20	9	4	5		11	опрос, решение задач	
Экзамен	36							36
Всего	180	68	34	34		76		36

#### 4.2 Содержание дисциплины

## **Тема 1. "Алгебра высказываний"**

### *Лекция*

Понятие об алгебре как множестве с операциями. Примеры алгебр и алгебраических систем. Логические операции над высказываниями. Таблицы истинности. Формулы и правильно построенные формулы алгебры высказываний. Равносильность формул. Основные равносильности алгебры высказываний. Законы логики высказываний.

*Основные понятия темы:* Логическое следствие. Связь следствия и равносильности. Нормальные формы. Совершенные нормальные формы. Определяющие тождества алгебры высказываний. Булевы функции. Число булевых функций от  $n$  переменных. Конъюнкция, дизъюнкция и отрицание как порождающие элементы алгебры функций. Булевы решетки булевы кольца. Строение булевых колец. Полные и неполные системы булевых функций. Полиномы Жегалкина. Самодвойственные и линейные функции. Монотонные и немонотонные функции.

### *Практическое занятие*

*Форма занятия: решение типовых задач.*

*Задания:*

- Построение таблиц истинности
- Преобразование и упрощение булевых функций
- Построение СКНФ и СДНФ
- Построение полинома Жегалкина

## **Тема 2. "Алгебра высказываний. Исчисление высказываний"**

### *Лекция*

Теорема Поста. Предполные классы булевых функций. Релейно-контактные схемы. Реализация функций алгебры логики с помощью релейно-контактных схем. Анализ релейно-контактных схем. Применение алгебры высказываний к теории переключательных схем. Построение схем по заданным условиям.

*Основные понятия темы:* Понятие об аксиоматической теории. Построение теории. Понятие непротиворечивости, полноты, независимости, категоричности и разрешимости теории. Аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Примеры доказательств в исчислении высказываний.

### *Практическое занятие*

*Форма занятия: решение типовых задач.*

*Задания:*

- Упрощение релейно-контактных схем
- Построение релейно-контактных схем по заданным условиям

Проверка аксиоматических теорий на непротиворечивость, полноту, независимость, категоричность и разрешимость

## **Тема 3. "Алгебра предикатов"**

### *Лекция*

Предикаты и операции на множестве. Сигнатура алгебры. Множество истинности предиката. Кванторы. Формулы алгебры предикатов. Свободные и связанные переменные. Применение алгебры предикатов для записи математических предложений.

*Основные понятия темы:* предикат.

*Практическое занятие*

*Форма занятия:* решение типовых задач.

*Задания:*

- Вывод формул и теорем исчисления высказываний
- Доказательства методом дедукции
- Запись математических предложений с помощью алгебры предикатов.
- равносильные преобразования формул логики предикатов

#### **Тема 4. "Алгебра предикатов "**

*Лекция*

Выполнимость и общезначимость формул логики предикатов. равносильные формулы алгебры предикатов. равносильные преобразования формул. нормальные пренексные формы. Проблема разрешимости алгебры предикатов. Решение проблемы разрешимости для формул, содержащих только одноместные предикаты, и для формул, содержащих только кванторы общности или только кванторы существования.

*Основные понятия темы:* Понятие об исчислении предикатов. Логические аксиомы и правила вывода. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов. Элементарные теории. Аксиоматика дискретных математических систем. Аксиоматика арифметики. Аксиомы Пеано и тождества Грассмана. Теорема Гёделя о неполноте арифметики.

*Практическое занятие*

*Форма занятия:* решение типовых задач.

*Задания:*

Решение проблемы разрешимости для формул, содержащих только одноместные предикаты, и для формул, содержащих только кванторы общности или только кванторы существования.

#### **Тема 5. "Рекурсивные функции"**

*Лекция*

Вычислимые функции. Алгебра вычислимых функций. Операторы суперпозиции и примитивной рекурсии. Оператор минимизация. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Теорема Поста. Существование рекурсивно перечислимого, но не рекурсивного множества.

*Основные понятия темы:* Рекурсивные функции. Основные вычислимые функции. Примитивно рекурсивные, частично рекурсивные и общерекурсивные функции. Существование общерекурсивной, но не примитивно рекурсивной функции.

*Практическое занятие*

*Форма занятия:* решение типовых задач.

*Задания:*

Доказательство вычислимости функций

Доказательство рекурсивности функций

Доказательство примитивной рекурсивности функций

Доказательство общерекурсивности функций

## **Тема 6. "Машины Тьюринга. Языки и грамматики"**

*Лекция*

Примеры функций, вычисляемых по Тьюрингу. Вычислимость примитивно рекурсивных функций. Неразрешимость проблемы самоприменимости.

Примеры конкретных алгоритмически неразрешимых проблем: Диофантовы уравнения, полугруппы и группы с алгоритмически неразрешимой проблемой равенства. Теорема о неразрешимости проблемы распознавания тождественно истинных формул исчисления предикатов.

*Основные понятия темы:* Формальные грамматики. Автоматная грамматика. Дерево составляющих и дерево синтаксического подчинения. Условие проективности. Аналитическая модель языка. Порождающие грамматики. Вывод и выводимость. Сложность вывода. Алгоритмические проблемы. Бесконтекстные и автоматные грамматики. Доминационные и трансформационные грамматики.

*Практическое занятие*

*Форма занятия: миниконференция*

*Примерные темы докладов:*

– Построение машин Тьюринга

– Построение Марковских алгоритмов

– Диофантовы уравнения

– Тезис Черча

– Формальные грамматики

– Порождающие грамматики

## **Тема 7. "Нечеткие множества. Нечеткая логика и нечеткие алгоритмы"**

Лекция: Нечеткие множества, нечеткая и лингвистическая переменная, нечеткие отношения.

*Основные понятия темы:* Операции над нечеткими множествами. Нечеткая логика и нечеткие алгоритмы. Нечеткие выводы, нечеткий регулятор, методы нечеткой логики.

*Практическое занятие*

*Форма занятия: решение типовых задач*

*Задания:*

Построение функций принадлежности

Логические операции над нечеткими множествами

Алгебраические операции над нечеткими множествами

Построение нечетких выводов

Построение нечетких алгоритмов

**СРС**

Изучение учебной литературы [1], [2], [3], [4]

Решение задач по темам  
Подготовка к модульному контролю

## **5 Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся**

В целом внеаудиторная самостоятельная работа студента при изучении курса включает в себя следующие виды работ:

- проработка (изучение) материалов лекций;
- чтение и проработка рекомендованной основной и дополнительной литературы;
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям;
- поиск и проработка материалов из Интернет-ресурсов, периодической печати;
- выполнение домашних заданий в форме творческих заданий, кейс-стадии, докладов;
- подготовка презентаций для иллюстрации докладов;
- выполнение контрольной работы, если предусмотрена учебным планом дисциплины;
- подготовка к текущему и итоговому (промежуточная аттестация) контролю знаний по дисциплине (экзамен).

Основная доля самостоятельной работы студентов приходится на проработку рекомендованной литературы с целью освоения теоретического курса, подготовку к практическим (семинарским) занятиям, тематика которых полностью охватывает содержание курса. Самостоятельная работа по подготовке к семинарским занятиям предполагает умение работать с первичной информацией.

## **6 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### **6.1 Структура фонда оценочных средств**

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» представлен в приложении к рабочей программе дисциплины и включает в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образования
- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

### **6.2 Перечень вопросов к промежуточной аттестации.**

1. Алгебра высказываний. Понятие об алгебре как множестве с операциями. Примеры алгебр и алгебраических систем.
2. Логические операции над высказываниями. Таблицы истинности. Правильно построенные формулы алгебры высказываний.
3. Равносильность формул. Основные равносильности алгебры высказываний.
4. Законы логики высказываний. Определяющие тождества алгебры высказываний.



5. Логическое следствие. Связь следствия и равносильности.
6. Нормальные формы. Совершенные нормальные формы.
7. Булевы функции. Число булевых функций от  $n$  переменных.
8. Конъюнкция, дизъюнкция и отрицание как порождающие элементы алгебры функций.
9. Принцип двойственности.
10. Булевы решетки и булевы кольца. Теорема Стоуна.
11. Прямые произведения булевых колец. Строение атомных булевых колец.
12. Полные и неполные системы булевых функций.
13. Полиномы Жегалкина.
14. Самодвойственные и линейные функции.
15. Монотонные и немонотонные функции.
16. Теорема Поста.
17. Релейно-контактные схемы.
18. Реализация функций алгебры логики с помощью релейно-контактных схем. Анализ релейно-контактных схем.
19. Применение алгебры высказываний к теории переключательных схем.
20. Построение схем по заданным условиям.
21. Исчисление высказываний. Понятие об аксиоматической теории.
22. Понятие непротиворечивости, полноты, независимости, категоричности и разрешимости теории.
23. Аксиомы и правила вывода исчисления высказываний
24. Теорема дедукции и ее применение.
25. Примеры доказательств в исчислении высказываний.
26. Лемма о замене.
27. Теорема адекватности и ее применение.
28. Производные правила вывода.
29. Непротиворечивость, полнота в широком смысле и в смысле Поста.
30. Некатегоричность и разрешимость исчисления высказываний.
31. Независимость аксиоматики Клини исчисления высказываний.
32. Предикаты и операции на множестве. Сигнатура алгебры.
33. Множество истинности предиката. Теоретико-множественные и логические операции.
34. Кванторы. Формулы алгебры предикатов.
35. Свободные и связанные переменные. Отрицание предложений с кванторами.
36. Понятие об исчислении предикатов.
37. Выполнимость и общезначимость формул логики предикатов.
38. равносильные формулы алгебры предикатов.
39. равносильные преобразования формул.
40. Нормальные пренексные формы.
41. Проблема разрешимости алгебры предикатов.
42. Решение проблемы разрешимости для формул, содержащих только одноместные предикаты, и для формул содержащих только кванторы общности или только кванторы существования.
43. Аксиоматические теории. Свойства теорий.
44. Элементарные теории.
45. Аксиоматика арифметики.
46. Метод математической индукции. Примеры выводимых формул
47. Категоричность содержательной арифметики.
48. Гёделевская нумерация. Теорема Гёделя о неполноте арифметики.
49. Понятие вычислимой функции, разрешимого множества.
50. Частично-рекурсивные функции, исходные функции.

51. Рекурсивные предикаты.
52. Машины Тьюринга. Операции с машинами.
53. Тезис Черча.
54. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества. Рекурсивно-перечислимые предикаты, их свойства.
55. Нумерация. Универсальная функция. Неразрешимые алгоритмические проблемы.
56. Определение нечеткого множества. Субнормальные и приводимые к нормальному виду нечеткие множества
57. Высота, носитель и точки перехода нечеткого множества.
58. Функция принадлежности, ее методы построения и физический смысл
59. Логические операции над нечеткими множествами и их свойства
60. Алгебраические операции над нечеткими множествами и их свойства
61. Оператор увеличения нечеткости нечеткого множества
62. Нечеткие отношения и их свойства. Обратные нечеткие отношения
63. Первая, вторая и глобальная проекции нечеткого отношения
64. Нечеткие числа, их сравнение и операции над ними. Нечеткая переменная.
65. Нечеткая логика
66. Нечеткие алгоритмы

## **7 Рекомендуемая литература**

### **7.1 Основная литература**

1. Горюшкин А.П. Математическая логика и теория алгоритмов: для студентов направлений подготовки 231000.62 «Программная инженерия», 230100.62 «Информатика и вычислительная техника» – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТ. 2014.

### **7.2 Дополнительная литература**

2. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие. – 4-е изд., стер. – М.: Академия, 2010. – 448 с.
3. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: в 2 ч. – М.: Высшая школа, 1999

### **7.3 Методические указания по дисциплине**

4. А.П. Горюшкин «Математическая логика и теория алгоритмов» для студентов направлений подготовки 231000.62 «Программная инженерия», 230100.62 «Информатика и вычислительная техника», рекомендуемое кафедрой для направления на получение грифа УМО. 2013

## **8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Библиотека «Либертариума»: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.libertarium.ru/library/>
2. Электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>

## **9 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методика преподавания данной дисциплины предполагает чтение лекций, проведение

практических (семинарских) занятий, групповых и индивидуальных консультаций по отдельным (наиболее сложным) специфическим проблемам дисциплины. Предусмотрена самостоятельная работа студентов, а также прохождение аттестационных испытаний промежуточной аттестации (экзамен).

**Лекции** посвящаются рассмотрению наиболее важных концептуальных вопросов: основным понятиям; теоретическим основам разработки стратегии, организации их эффективной реализации; обсуждению вопросов, трактовка которых в литературе еще не устоялась либо является противоречивой. В ходе лекций студентам следует подготовить конспекты лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометить важные мысли, выделять ключевые слова, термины; проверять термины, понятия с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь; обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.

Конкретные методики, модели, методы и инструменты разработки, принятия, оптимизации стратегических управленческих решений рассматриваются на практических занятиях.

**Целью проведения практических (семинарских) занятий** является закрепление знаний студентов, полученных ими в ходе изучения дисциплины на лекциях и самостоятельно. Практические занятия проводятся, в том числе, в форме семинаров; на них представляются и обсуждаются доклады, обсуждаются вопросы по теме (дискуссии), разбираются конкретные ситуации из практики российского государственного и муниципального управления, проводится тестирование, проводятся опросы, также предусмотрено выполнение практических заданий. Для подготовки к занятиям семинарского типа студенты выполняют проработку рабочей программы, ориентируясь на вопросы для обсуждения, уделяя особое внимание целям и задачам, структуре и содержанию дисциплины; конспектирование источников; работу с конспектом лекций; подготовку ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Практические занятия проводятся по узловым и наиболее сложным вопросам (темам, разделам), они могут быть построены как на материале одной лекции, так и на содержании отдельного вопроса (вопросов) лекции, а также по определённой теме без чтения предварительной лекции. Главная особенность любого семинара - наличие элементов дискуссии, проблемы, диалога между преподавателем и обучающимися и самими обучающимися. Семинары выступают формой текущего контроля знаний обучающихся

При изучении дисциплины используются интерактивные методы обучения, такие как:

1. Лекция:

- проблемная лекция, предполагающая изложение материала через проблемность вопросов, задач или ситуаций. При этом процесс познания происходит в научном поиске, диалоге и сотрудничестве с преподавателем в процессе анализа и сравнения точек зрения;
- лекция-визуализация - подача материала осуществляется средствами технических средств обучения с кратким комментированием демонстрируемых визуальных материалов (презентаций).

2. Семинар:

- тематический семинар - этот вид семинара готовится и проводится с целью акцентирования внимания обучающихся на какой-либо актуальной теме или на наиболее важных и существенных ее аспектах. Перед началом семинара обучающимся дается задание – выделить существенные стороны темы. Тематический семинар углубляет знания студентов, ориентирует их на активный поиск путей и способов решения затрагиваемой проблемы.
- проблемный семинар - перед изучением раздела курса преподаватель предлагает обсудить проблемы, связанные с содержанием данной темы. Накануне обучающиеся получают задание отобрать, сформулировать и объяснить проблемы. Во время семинара в

условиях групповой дискуссии проводится обсуждение проблем.

### 3. Игровые методы обучения:

– анализ конкретных ситуаций (КС). Под конкретной ситуацией понимается проблема, с которой тот или иной обучаемый, выступая в роли руководителя или иного профессионала, может в любое время встретиться в своей деятельности, и которая требует от него анализа, принятия решений, каких-либо конкретных действий. В этом случае на учебном занятии слушателям сообщается единая для всех исходная информация, определяющая объект управления. Преподаватель ставит перед обучаемыми задачу по анализу данной обстановки, но не формулирует проблему, которая в общем виде перед этим могла быть выявлена на лекции. Обучающиеся на основе исходной информации и результатов ее анализа сами должны сформулировать проблему и найти ее решение. В ходе занятия преподаватель может вводить возмущающее воздействие, проявляющееся в резком изменении обстановки и требующее от обучаемых неординарных действий. В ответ на это слушатели должны принять решение, устраняющее последствие возмущающего воздействия или уменьшающее его отрицательное влияние.

Тестирование - система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося. Контрольная работа - средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.. Текущий контроль знаний осуществляется в форме проведения семинаров, решения задач, тестирования, а также в предусмотренных формах контроля самостоятельной работы. Консультации преподавателя проводятся для обучающихся с целью дополнительных разъяснений и информации по возникающим вопросам при выполнении самостоятельной работы или подготовке к практическим (семинарским) занятиям, подготовке рефератов, а также при подготовке к экзамену. Консультации преподавателя проводятся в соответствии с графиком, утвержденным на кафедре, обучающийся может ознакомиться с ним на информационном стенде. Дополнительные консультации могут быть назначены по согласованию с преподавателем в индивидуальном порядке.

## **10 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационно-справочных систем**

### ***10.1 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса***

– электронные образовательные ресурсы;  
– использование слайд-презентаций;  
– интерактивное общение с обучающимися и консультирование посредством электронной почты.

### ***10.2 Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса***

При освоении дисциплины используется лицензионное программное обеспечение:

- текстовый редактор Microsoft Word;
- пакет Microsoft Office;
- электронные таблицы Microsoft Excel;
- презентационный редактор Microsoft PowerPoint

## **11 Материально-техническое обеспечение дисциплины**

На кафедре имеется 4 аудитории для проведения лекционных и практических занятий, аудитория для проведения интерактивных занятий с проектором и компьютером с установленной программой PowerPoint.