

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАМЧАТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»)

Факультет информационных технологий и экономики управления

Кафедра «Физика и высшая математика»

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета информацион-  
ных технологий и экономики и  
управления  
 И.А. Рыбка  
« 07 » декабря 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математическая логика и теория алгоритмов»**

Направление подготовки 09.03.04 «Программная инженерия»  
(уровень бакалавриата)

профиль:

«Разработка программно-информационных систем»

Петропавловск-Камчатский,  
2021

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО по направлению подготовки 09.03.04 «Программная инженерия» и учебного плана ФГБОУ ВО «КамчатГТУ».

Составители рабочей программы:  
Доцент каф. ФВМ



А.П. Горюшкин

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры «Физика и высшая математика»  
Протокол № 6 от «29» ноября 2021 года.

Заведующий кафедрой «Физика и высшая математика»:

«29» 11 2021 г.



А.И. Задорожный

## 1 Цели и задачи учебной дисциплины

Целью дисциплины является обеспечение высокого уровня профессиональных знаний и умений применять методы математической логики и теории алгоритмов при анализе и управлении современными техническими средствами, в том числе и автоматизированными системами управления.

Основная задача курса "Математическая логика и теория алгоритмов" заключается в развитии у студентов современных методов анализа функционирования сложных дискретных автоматизированных систем.

## 2 Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-6– Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического использования, применять основы информатики и программирования к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов.

Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы, представлены в таблице.

Таблица – Планируемые результаты обучения при изучении дисциплины, соотнесенные с установленными в программе бакалавриата индикаторами достижения компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты освоения образовательной программы	Код и наименование индикатора достижений	Планируемый результат обучения по дисциплине	Код показателя освоения
ОПК-6	Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического использования, применять основы информатики и программирования к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов	<b>ИД-3</b> опк-6 <b>Владеть:</b> Владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач.	<b>Знать:</b> основные методы современной математической логики и теории алгоритмов и возможности их применения для анализа работы сложных автоматизированных систем	З(ОПК-6)1
			<b>Уметь:</b> основными фактами, понятиями, определениями и теоремами, лежащие в основе современной математической логики	У(ОПК-6)1
			<b>Владеть:</b> анализировать с позиций математической логики и теории алгоритмов основные процессы, лежащие в основе современных автоматизированных систем управления	В(ОПК-6)1

### 3 Место дисциплины в структуре образовательной программы.

Дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов» относится к обязательной части в структуре основной образовательной программы.

Теоретические знания и практические навыки, сформированные у студентов в процессе изучения дисциплины «Математическая логика и теория алгоритмов», являются базовыми при изучении следующих дисциплин: «Вычислительная математика», а также при выполнении выпускной квалификационной работы.

### 4 Содержание дисциплины

#### 4.1 Тематический план дисциплины

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1. "Алгебра высказываний"	20	10	5	5		10	опрос, решение задач	
Тема 2. "Алгебра высказываний. Исчисление высказываний"	21	10	5	5		11	опрос, решение задач	
Тема 3. "Алгебра предикатов"	21	10	5	5		11	опрос, решение задач	
Тема 4. "Алгебра предикатов "	21	10	5	5		11	опрос, решение задач	
Тема 5. "Рекурсивные функции"	21	10	5	5		11	опрос, решение задач	
Тема 6. "Машины Тьюринга. Языки и грамматики"	20	9	5	4		11	опрос, решение задач	
Тема 7. "Нечеткие множества. Нечеткая логика и нечеткие алгоритмы"	20	9	4	5		11	опрос, решение задач	
Экзамен	36							36
Всего	180	68	34	34		76		36

#### 4.2 Тематический план дисциплины для заочной формы обучения

Наименование разделов и тем	Всего часов	Аудиторные занятия	Контактная работа по видам учебных занятий			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля	Итоговый контроль знаний по дисциплине
			Лекции	Семинары (практические занятия)	Лабораторные работы			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Тема 1. "Алгебра высказываний"	25	3	1	2		22	опрос, решение задач	
Тема 2. "Алгебра высказываний. Исчисление высказываний"	24	2	1	1		22	опрос, решение задач	
Тема 3. "Алгебра предикатов"	24	2	1	1		22	опрос, решение задач	
Тема 4. "Алгебра предикатов "	24	2	1	1		22	опрос, решение задач	
Тема 5. "Рекурсивные функции"	24	2	1	1		22	опрос, решение задач	
Тема 6. "Машины Тьюринга. Языки и грамматики"	24	2	1	1		22	опрос, решение задач	
Тема 7. "Нечеткие множества. Нечеткая логика и нечеткие алгоритмы"	26	3	2	1		23	опрос, решение задач	
Экзамен	9							9
Всего	180	16	8	8		155		9

#### 4.3 Содержание дисциплины

##### Тема 1. "Алгебра высказываний"

###### Лекция

Понятие об алгебре как множестве с операциями. Примеры алгебр и алгебраических систем. Логические операции над высказываниями. Таблицы истинности. Формулы и правильно построенные формулы алгебры высказываний. Равносильность формул. Основные равносильности алгебры высказываний. Законы логики высказываний.

*Основные понятия темы:* Логическое следствие. Связь следствия и равносильности. Нормальные формы. Совершенные нормальные формы. Определяющие тождества алгебры

высказываний. Булевы функции. Число булевых функций от  $n$  переменных. Конъюнкция, дизъюнкция и отрицание как порождающие элементы алгебры функций. Булевы решетки булевы кольца. Строение булевых колец. Полные и неполные системы булевых функций. Полиномы Жегалкина. Самодвойственные и линейные функции. Монотонные и немонотонные функции.

#### *Практическое занятие*

*Форма занятия: решение типовых задач.*

*Задания:*

- Построение таблиц истинности
- Преобразование и упрощение булевых функций
- Построение СКНФ и СДНФ
- Построение полинома Жегалкина

### **Тема 2. "Алгебра высказываний. Исчисление высказываний"**

*Лекция*

Теорема Поста. Предполные классы булевых функций. Релейно-контактные схемы. Реализация функций алгебры логики с помощью релейно-контактных схем. Анализ релейно-контактных схем. Применение алгебры высказываний к теории переключательных схем. Построение схем по заданным условиям.

*Основные понятия темы:* Понятие об аксиоматической теории. Построение теории. Понятие непротиворечивости, полноты, независимости, категоричности и разрешимости теории. Аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Примеры доказательств в исчислении высказываний.

#### *Практическое занятие*

*Форма занятия: решение типовых задач.*

*Задания:*

- Упрощение релейно-контактных схем
  - Построение релейно-контактных схем по заданным условиям
- Проверка аксиоматических теорий на непротиворечивость, полноту, независимость, категоричность и разрешимость

### **Тема 3. "Алгебра предикатов"**

*Лекция*

Предикаты и операции на множестве. Сигнатура алгебры. Множество истинности предиката. Кванторы. Формулы алгебры предикатов. Свободные и связанные переменные. Применение алгебры предикатов для записи математических предложений.

*Основные понятия темы:* предикат.

#### *Практическое занятие*

*Форма занятия: решение типовых задач.*

*Задания:*

- Вывод формул и теорем исчисления высказываний
- Доказательства методом дедукции

- Запись математических предложений с помощью алгебры предикатов.
- Равносильные преобразования формул логики предикатов

#### **Тема 4. "Алгебра предикатов "**

##### *Лекция*

Выполнимость и общезначимость формул логики предикатов. Равносильные формулы алгебры предикатов. Равносильные преобразования формул. Нормальные пренексные формы. Проблема разрешимости алгебры предикатов. Решение проблемы разрешимости для формул, содержащих только одноместные предикаты, и для формул, содержащих только кванторы общности или только кванторы существования.

*Основные понятия темы:* Понятие об исчислении предикатов. Логические аксиомы и правила вывода. Непротиворечивость и полнота исчисления предикатов. Элементарные теории. Аксиоматика дискретных математических систем. Аксиоматика арифметики. Аксиомы Пеано и тождества Грассмана. Теорема Гёделя о неполноте арифметики.

##### *Практическое занятие*

*Форма занятия: решение типовых задач.*

*Задания:*

Решение проблемы разрешимости для формул, содержащих только одноместные предикаты, и для формул, содержащих только кванторы общности или только кванторы существования.

#### **Тема 5. "Рекурсивные функции"**

##### *Лекция*

Вычислимые функции. Алгебра вычислимых функций. Операторы суперпозиции и примитивной рекурсии. Оператор минимизация. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества. Теорема Поста. Существование рекурсивно перечислимого, но не рекурсивного множества.

*Основные понятия темы:* Рекурсивные функции. Основные вычислимые функции. Примитивно рекурсивные, частично рекурсивные и общерекурсивные функции. Существование общерекурсивной, но не примитивно рекурсивной функции.

##### *Практическое занятие*

*Форма занятия: решение типовых задач.*

*Задания:*

Доказательство вычислимости функций

Доказательство рекурсивности функций

Доказательство примитивной рекурсивности функций

Доказательство общерекурсивности функций

#### **Тема 6. "Машины Тьюринга. Языки и грамматики"**

##### *Лекция*

Примеры функций, вычислимых по Тьюрингу. Вычислимость примитивно рекурсивных функций. Неразрешимость проблемы самоприменимости.

Примеры конкретных алгоритмически неразрешимых проблем: Диофантовы уравнения, полугруппы и группы с алгоритмически неразрешимой проблемой равенства. Теорема о неразрешимости проблемы распознавания тождественно истинных формул исчисления предикатов.

*Основные понятия темы:* Формальные грамматики. Автоматная грамматика. Дерево составляющих и дерево синтаксического подчинения. Условие проективности. Аналитическая модель языка. Порождающие грамматики. Вывод и выводимость. Сложность вывода. Алгоритмические проблемы. Бесконтекстные и автоматные грамматики. Доминанционные и трансформационные грамматики.

*Практическое занятие*

*Форма занятия: миниконференция*

*Примерные темы докладов:*

- Построение машин Тьюринга
- Построение Марковских алгоритмов
- Диофантовы уравнения
- Тезис Черча
- Формальные грамматики
- Порождающие грамматики

### **Тема 7. "Нечеткие множества. Нечеткая логика и нечеткие алгоритмы"**

Лекция: Нечеткие множества, нечеткая и лингвистическая переменная, нечеткие отношения.

*Основные понятия темы:* Операции над нечеткими множествами. Нечеткая логика и нечеткие алгоритмы. Нечеткие выводы, нечеткий регулятор, методы нечеткой логики.

*Практическое занятие*

*Форма занятия: решение типовых задач*

*Задания:*

- Построение функций принадлежности
- Логические операции над нечеткими множествами
- Алгебраические операции над нечеткими множествами
- Построение нечетких выводов
- Построение нечетких алгоритмов

### **СРС**

- Изучение учебной литературы [1], [2], [3], [4]
- Решение задач по темам
- Подготовка к модульному контролю

## **5 Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы обучающихся**

В целом внеаудиторная самостоятельная работа студента при изучении курса включает в себя следующие виды работ:

- проработка (изучение) материалов лекций;
- чтение и проработка рекомендованной основной и дополнительной литературы;
- подготовка к практическим (семинарским) занятиям;

- поиск и проработка материалов из Интернет-ресурсов, периодической печати;
- выполнение домашних заданий в форме творческих заданий, кейс-стадии, докладов;
- подготовка презентаций для иллюстрации докладов;
- выполнение контрольной работы, если предусмотрена учебным планом дисциплины;
- подготовка к текущему и итоговому (промежуточная аттестация) контролю знаний по дисциплине (экзамен).

Основная доля самостоятельной работы студентов приходится на проработку рекомендованной литературы с целью освоения теоретического курса, подготовку к практическим (семинарским) занятиям, тематика которых полностью охватывает содержание курса. Самостоятельная работа по подготовке к семинарским занятиям предполагает умение работать с первичной информацией.

## **6 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

### ***6.1 Структура фонда оценочных средств***

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине «Математическая логика и теория алгоритмов» представлен в приложении к рабочей программе дисциплины и включает в себя:

- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образования
- перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы;
- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

### ***6.2 Перечень вопросов к промежуточной аттестации.***

1. Алгебра высказываний. Понятие об алгебре как множестве с операциями. Примеры алгебр и алгебраических систем.
2. Логические операции над высказываниями. Таблицы истинности. Правильно построенные формулы алгебры высказываний.
3. Равносильность формул. Основные равносильности алгебры высказываний.
4. Законы логики высказываний. Определяющие тождества алгебры высказываний.
5. Логическое следствие. Связь следствия и равносильности.
6. Нормальные формы. Совершенные нормальные формы.
7. Булевы функции. Число булевых функций от  $n$  переменных.
8. Конъюнкция, дизъюнкция и отрицание как порождающие элементы алгебры функций.
9. Принцип двойственности.
10. Булевы решетки и булевы кольца. Теорема Стоуна.
11. Прямые произведения булевых колец. Строение атомных булевых колец.
12. Полные и неполные системы булевых функций.
13. Полиномы Жегалкина.
14. Самодвойственные и линейные функции.

15. Монотонные и немонотонные функции.
16. Теорема Поста.
17. Релейно-контактные схемы.
18. Реализация функций алгебры логики с помощью релейно-контактных схем. Анализ релейно-контактных схем.
19. Применение алгебры высказываний к теории переключательных схем.
20. Построение схем по заданным условиям.
21. Исчисление высказываний. Понятие об аксиоматической теории.
22. Понятие непротиворечивости, полноты, независимости, категоричности и разрешимости теории.
23. Аксиомы и правила вывода исчисления высказываний
24. Теорема дедукции и ее применение.
25. Примеры доказательств в исчислении высказываний.
26. Лемма о замене.
27. Теорема адекватности и ее применение.
28. Производные правила вывода.
29. Непротиворечивость, полнота в широком смысле и в смысле Поста.
30. Некатегоричность и разрешимость исчисления высказываний.
31. Независимость аксиоматики Клини исчисления высказываний.
32. Предикаты и операции на множестве. Сигнатура алгебры.
33. Множество истинности предиката. Теоретико-множественные и логические операции.
34. Кванторы. Формулы алгебры предикатов.
35. Свободные и связанные переменные. Отрицание предложений с кванторами.
36. Понятие об исчислении предикатов.
37. Выполнимость и общезначимость формул логики предикатов.
38. Равносильные формулы алгебры предикатов.
39. Равносильные преобразования формул.
40. Нормальные пренексные формы.
41. Проблема разрешимости алгебры предикатов.
42. Решение проблемы разрешимости для формул, содержащих только одноместные предикаты, и для формул содержащих только кванторы общности или только кванторы существования.
43. Аксиоматические теории. Свойства теорий.
44. Элементарные теории.
45. Аксиоматика арифметики.
46. Метод математической индукции. Примеры выводимых формул
47. Категоричность содержательной арифметики.
48. Гёделевская нумерация. Теорема Гёделя о неполноте арифметики.
49. Понятие вычислимой функции, разрешимого множества.
50. Частично-рекурсивные функции, исходные функции.
51. Рекурсивные предикаты.
52. Машины Тьюринга. Операции с машинами.
53. Тезис Черча.
54. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые множества. Рекурсивно-перечислимые предикаты, их свойства.
55. Нумерация. Универсальная функция. Неразрешимые алгоритмические проблемы.
56. Определение нечеткого множества. Субнормальные и приводимые к нормальному виду нечеткие множества
57. Высота, носитель и точки перехода нечеткого множества.
58. Функция принадлежности, ее методы построения и физический смысл
59. Логические операции над нечеткими множествами и их свойства

60. Алгебраические операции над нечеткими множествами и их свойства
61. Оператор увеличения нечеткости нечеткого множества
62. Нечеткие отношения и их свойства. Обратные нечеткие отношения
63. Первая, вторая и глобальная проекции нечеткого отношения
64. Нечеткие числа, их сравнение и операции над ними. Нечеткая переменная.
65. Нечеткая логика
66. Нечеткие алгоритмы

## **7 Рекомендуемая литература**

### **7.1 Основная литература**

1. Горюшкин А.П. Математическая логика и теория алгоритмов: для студентов направлений подготовки 231000.62 «Программная инженерия», 230100.62 «Информатика и вычислительная техника» – Петропавловск-Камчатский: КамчатГТ. 2014.

### **7.2 Дополнительная литература**

2. Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие. – 4-е изд., стер. – М.: Академия, 2010. – 448 с.
3. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие: в 2 ч. – М.: Высшая школа, 1999

### **7.3 Методические указания по дисциплине**

4. А.П. Горюшкин «Математическая логика и теория алгоритмов» для студентов направлений подготовки 231000.62 «Программная инженерия», 230100.62 «Информатика и вычислительная техника», рекомендуемое кафедрой для направления на получение грифа УМО. 2013

## **8 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Библиотека Либертариума: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.libertarium.ru/library/>
2. Электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»: [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Методика преподавания данной дисциплины предполагает чтение лекций, проведение практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций по отдельным (наиболее сложным) специфическим проблемам дисциплины. Предусмотрена самостоятельная работа студентов, а также прохождение аттестационных испытаний промежуточной аттестации (экзамен и дифференцированный зачет).

Лекции посвящаются рассмотрению основным понятиям, наиболее важных теоретических вопросов. В ходе лекций студентам следует подготовить конспекты лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины; обозначить вопросы, термины, материал, который вызывает трудности, пометить и попытаться найти ответ в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии.

Целью проведения практических занятий является закрепление знаний студентов, полученных ими в ходе изучения дисциплины на лекциях и самостоятельно. Во время практических занятий решаются задачи по рассматриваемым в курсе лекций темам, применяются основные понятия, теоремы, свойства. Студент должен научиться решать базовые задачи по каждой теме, а также применять полученные навыки для решения реальных прикладных задач

При изучении дисциплины используются интерактивные методы обучения, например, лекция-визуализация, предполагающая подачу материала с использованием технических средств обучения с краткими комментариями демонстрируемых материалов (презентаций).

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационно-справочных систем**

### ***10.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса***

- электронные образовательные ресурсы;
- использование слайд-презентаций;
- интерактивное общение с обучающимися и консультирование посредством Интернет, используя социальные сети, специализированные программы (например, zoom), а также электронной почты;
- использование электронной информационно-образовательной среды.

### ***10.2. Перечень программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса***

При освоении дисциплины используется лицензионное ПО:

1. пакет Microsoft Office, в который входит:
  - a. текстовый редактор Microsoft Word;
  - b. электронные таблицы Microsoft Excel;
  - c. презентационный редактор Microsoft Power Point
2. Интернет-браузеры
3. Мессенджеры, в том числе приложения для использования электронной почты

## **11. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

На кафедре имеется 4 аудитории для проведения лекционных и практических занятий.