

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Камчатский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КамчатГТУ»)**

Аспирантура

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по НР



Т.А. Ключкова

» 04 2022 г.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В АСПИРАНТУРУ

научная специальность 1.2.2 Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

Петропавловск-Камчатский,
2022

Программа вступительного экзамена рассмотрена и одобрена на заседании
научно-технического совета
Протокол №8 от 13.04.2022

Председатель НТС,
доктор биологических наук



Т.А. Ключкова

1. Математическое моделирование

Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Уравнение естественного роста. Уравнение движения в среде с сопротивлением. Уравнение свободных и вынужденных гармонических колебаний. Нормальная форма системы дифференциальных уравнений. Основные задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем.

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям математической физики. Уравнения колебаний струны и мембраны. Уравнения теплопроводности и диффузии. Стационарное уравнение теплопроводности. Уравнения Максвелла. Классификация линейных уравнений второго порядка и основные задачи математической физики.

Задачи вариационного исчисления. Экстремумы функционалов. Экстремали. Уравнение Эйлера. Вариационные задачи с закрепленными и подвижными концами. Достаточные условия экстремума функционала.

Задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация и симплекс-метод решения задачи линейного программирования. Двойственность в задачах линейного программирования. Транспортная задача.

Задачи выпуклого программирования. Выпуклые множества и оболочки в линейных пространствах. Симплексы, многогранники. Выпуклый анализ в математических моделях экономики.

Задачи оптимального управления. Управляемая система, ее состояния. Управление. Принцип максимума. Линейная задача быстрого действия. Дискретные динамические системы и управления. Метод динамического программирования.

Многокритериальная оптимизация. Постановка многокритериальной задачи, ее сведение к однокритериальной задаче. Оптимальность по Парето. Метод арбитражных решений. Многокритериальная задача как объект теории игр.

Элементы теории игр и исследования операций. Матричные, кооперативные и дифференциальные игры. Оптимальное планирование, сетевое планирование и управление, управление запасами, системы массового обслуживания.

Булевы функции. Булевы функции от одного, двух и многих аргументов. Совершенные дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Классы булевых функций. Полные и неполные системы функций, теорема Поста. Релейно-контактные схемы.

Графы и сети. Основные понятия теории графов. Пути в графах. Связные графы. Деревья. Планарные графы. Раскраска графов. Сети, их геометрическая реализация. Оценка числа сетей. Суперпозиция сетей. Потоки в сетях.

Основные понятия теории кодирования. Кодирование и декодирование. Двоичные коды. Критерий и алгоритмы распознавания однозначности декодирования. Избыточность кодирования, коды с минимальной избыточностью. Коррекция кода, самокорректирующиеся коды.

2. Численные методы

Численные методы линейной алгебры. Точные и итерационные методы решения линейных систем. Решение специальных классов линейных систем. Итерационные методы обращения матриц. Метод вращений решения полной проблемы собственных значений. Решение частной проблемы собственных значений.

Численные методы решения алгебраических уравнений. Метод Штурма отделения действительных корней. Методы разделенных разностей и Лобачевского. Метод собственных значений. Метод Горнера нахождения действительных корней.

Численные методы решения нелинейных уравнений и систем. Итерационные методы решения уравнений и систем. Градиентные методы. Метод Ньютона. Теорема Канторовича. Метод Ньютона нахождения нулей аналитической функции.

Интерполяция функций. Постановка общей задачи интерполяции. Интерполяция многочленами. Интерполяционные формулы Лагранжа. Интерполяционные формулы для равноотстоящих узлов. Интерполяция с оптимальным выбором узлов. Интерполяция функций нескольких аргументов. Интерполяция рациональными дробями. Сплайн-интерполяция. Экстремальное Свойство сплайнов.

Аппроксимация функций. Аппроксимация в нормированном пространстве. Среднеквадратическая аппроксимация. Аппроксимация многочленами и ортогональными многочленами. Равномерная аппроксимация. Основные задачи численного гармонического анализа.

Численное интегрирование. Простейшие квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса и Гаусса. Погрешность квадратурных формул. Составные квадратурные формулы, их погрешности. Интегрирование сильно осциллирующих функций. Численное интегрирование в нерегулярных случаях.

Разностные операторы и уравнения. Конечные разности и разностные операторы. Численное дифференцирование функций одного аргумента, правило Рунге оценки погрешности. Обыкновенные разностные уравнения. Линейные обыкновенные разностные уравнения, системы обыкновенных разностных уравнений. Уравнения с частными разностями. Разностный оператор Лапласа, его спектр.

Численные методы оптимизации. Численные методы нахождения экстремумов функций. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления.

Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы Эйлера и Рунге-Кутты. Многошаговые методы решения задачи Коши. Метод Галеркина решения краевой задачи.

Численные методы решения задач математической физики. Многомерные разностные операторы. Сетки и сеточные функции двух аргументов. Аппроксимация краевых условий. Сходимость разностных схем. Численное решение интегральных уравнений.

Методы Монте-Карло. Случайные числа. Общий алгоритм разыгрывания дискретной случайной величины. Алгоритмы генерации псевдослучайных число-

вых последовательностей на ЭВМ. Методы суперпозиции и обратных функций. Вычисление интегралов, поиск экстремумов функций, решение систем линейных уравнений методом Монте-Карло.

3. Информатика

Алгоритмы, их свойства и формализация. Интуитивное понятие алгоритмической процедуры, свойства и виды алгоритмов. Машины Тьюринга. Рекурсивные функции. Анализ сложности алгоритмов.

Линейные информационные структуры. Типы линейных структур: стеки, деки, очереди. Представление линейных структур в памяти компьютера: массивы, связные списки, циклические списки, двусвязные списки. Многомерные массивы, их представление в памяти компьютера. Основные операции с линейными структурами.

Нелинейные информационные структуры. Деревья, бинарные деревья. Обход бинарных деревьев. Представление деревьев в памяти компьютера. Основные операции с деревьями. Многосвязные структуры.

Алгоритмы сортировки и поиска. Сортировка данных путем вставок, обменная сортировка, сортировка посредством выбора, сортировка слиянием, сортировка распределением. Поиск в упорядоченной структуре, поиск по бинарному дереву. Случайные бинарные деревья поиска. Цифровой поиск.

Вычислительные сети. Сетевые топологии и протоколы. Сетевые операционные системы. Безопасность в компьютерных сетях. Параллельные и распределенные вычисления.

Машинная арифметика. Типы числовых данных. Представление целых чисел и чисел с плавающей точкой в памяти компьютера. Алгоритмы целочисленных вычислений. Вычисления с плавающей точкой однократной и удвоенной точности. Потеря значимости.

Операционные системы. Архитектуры операционных систем семейств Win32 и Unix. Адресация команд и данных. Управление ресурсами в многозадачных системах. Реализация многозадачности на однопроцессорных компьютерах. Примитивы взаимного исключения и синхронизации. Принципы функционирования стандартных периферийных устройств, драйверы. Организация файловых систем.

Языки программирования. Классификация языков программирования. Синтаксис и семантика, формальное описание. Типы данных. Операторы ветвления и циклические операторы. Указатели и массивы. Структурное и объектно-ориентированное программирование. Классы, наследование, полиморфизм.

Базы данных и модели данных. Структуризация и представление информации. Сетевая, иерархическая и реляционная модели данных. Поля и записи, типы данных. База данных как целостный объект. Принципы проектирования баз данных.

Управление базами данных. Команды СУБД, структура и типы команд. Индексация и поиск в базах данных. Интеграция баз данных, связывание записей. Нормализация данных. Разработка командных модулей.

Компьютерная графика. Математические основы компьютерной графики, геометрическое моделирование, кодирование видеоинформации, архитектура графических терминалов и рабочих станций.

Примерный перечень вопросов к вступительному испытанию

4. Принципы системного анализа в моделировании систем.
5. Организация статистического моделирования.
6. Вычислительные методы. Общие сведения из теории разностных схем.
7. Характеристика проблем моделирования. Основные функции моделей и их классификация.
8. Обобщенное описание динамической модели.
9. Вычисление интегралов.
10. Аналитические и имитационные модели.
11. Алгоритмизация модели и ее машинная реализация.
12. Методы Монте-Карло с повышенной скоростью сходимости.
13. Понятие математической модели.
14. Основные этапы построения моделей.
15. Особенности статистической обработки результатов моделирования.
16. Метод событийного и пошагового управления временем в имитационных моделях.
17. Сети Петри и особенности моделей, построенных на их основе.
18. Решение уравнения Лапласа методом Монте-Карло.
19. Основные методы исследования моделей.
20. Стохастические сети.
21. Преобразования случайных величин
22. Статические и динамические, непрерывные и дискретные, линейные и нелинейные, детерминированные и стохастические модели.
23. Сходимость оптимизация стационарных итерационных методов.
24. Билинейные базисные функции.
25. Представление состояний в имитационных моделях.
26. Вычисление границ спектра положительной матрицы.
27. Интерполяция сеточных функций одного и нескольких переменных.
28. Анализ чувствительности и идентификация моделей. Методы оценки адекватности и точности моделей.
29. Случайные квадратурные. Решение линейных уравнений
30. Кусочно-линейные функции на прямоугольнике.
31. Операторные модели.
32. Важнейшие способы построения хороших оценок (способы уменьшения дисперсии).
33. Основные задачи вариационного исчисления.
34. Построение концептуальной модели и ее формализация.
35. Особенности построения моделей распределенных систем обработки данных и вычислительных сетей.

36. Сходимость сплайн-функций.
37. Планирование и проведение машинных экспериментов с моделью, интерпретация и документирование результатов моделирования.
38. Неоднородные интегральные уравнения.
39. Метод сопряженных градиентов.
40. Модели на основе дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.
41. Однородные интегральные уравнения
42. Метод последовательной верхней релаксации.
43. Агрегативные модели. Автоматные и графовые модели. Логические модели.
44. Методы генерации случайных воздействий – величин, последовательностей, процессов, потоков и полей.
45. Интерполяция функций одного переменного с помощью кубических сплайнов.
46. Модели нейронных сетей.
47. Прямые методы решения разностных уравнений.
48. Метод наименьших квадратов.
49. Марковские модели.
50. Общий метод оценки математических ожиданий. Метод Монте-Карло для вычисления интегралов.
51. Собственные числа и векторы конечно-разностного аналога оператора Лапласа. Аппроксимация.
52. Интерполирование функции от большого числа переменных.
53. Сетки и сеточные функции. Пространства сеточных функций.
54. Методы построения разностных схем для дифференциальных уравнений.
55. Модели систем массового обслуживания.
56. Получение случайных величин на ЭВМ.
57. Способы построения подпространств в областях с криволинейной границей.
58. Псевдослучайные числа и процедуры их машинной генерации.
59. Решение линейных алгебраических систем.
60. Способы построения подпространств для многомерных задач.
61. Метод статистического моделирования.
62. Разностные схемы, как операторные уравнения.
63. Сеточные и разностные уравнения, краевые задачи для разностных уравнений. Простейшие итерационные методы.
64. Моделирование многомерных случайных величин.
65. Разрешимость операторных уравнений.
66. Кусочно-кубическая интерполяция со сглаживанием. Гладкие восполнения.
67. Метод Рунге. Метод Галеркина.
68. Сравнение скорости сходимости итерационных методов для систем разностных уравнений.
69. Интерполяция функций двух и многих переменных.
70. Интегральные преобразования.
71. Линейные пространства. Операторы в линейных пространствах.

72. Быстрое преобразование Фурье.
73. Моделирование естественных процессов путем имитации.
74. Разностные производные и некоторые разностные тождества.
75. Общий подход к построению подпространств кусочно-полиномиальных функций.
76. Собственные числа и функции оператора Лапласа.
77. Стационарные итерационные методы.
78. Кусочно-линейные базисные функции на прямоугольной области.
79. Простейший случайный поиск.
80. Чебышевский итерационный метод.

Основная литература:

1. Окулов, С. М. Программирование в алгоритмах. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2004. – 341 с.
2. Советов, Б. Я. Моделирование систем: учебник для вузов / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – 5-е изд. – М.: Высшая школа, 2007. – 343 с.

Дополнительная литература:

1. Введение в математическое моделирование: учебное пособие / под ред. П. В. Трусова. – М.: Логос, 2004. – 440 с.
2. Калиниченко, Л. А. Машины баз данных и знаний / Л.А. Калиниченко, В.М. Рывкин. – М.: Наука, 1990.
3. Керниган, Б. В. Язык программирования СИ / Б. В. Керниган, Д. М. Ритчи. – М.: Финансы и статистика, 1992.
4. Кирпичников, А. П. Методы прикладной теории массового обслуживания / А.П. Кирпичников. – Казань: Казанский университет, 2011. – 200 с.
5. Ревунков Г.И. Базы и банки данных и знаний / Г. И. Ревунков, Э. Н. Самохвалов, В. В. Чистов. – М.: Высшая школа, 1992.
6. Семененко, М. Г. Введение в математическое моделирование / М. Г. Семененко. – М.: Солон-Р, 2002. – 112 с.